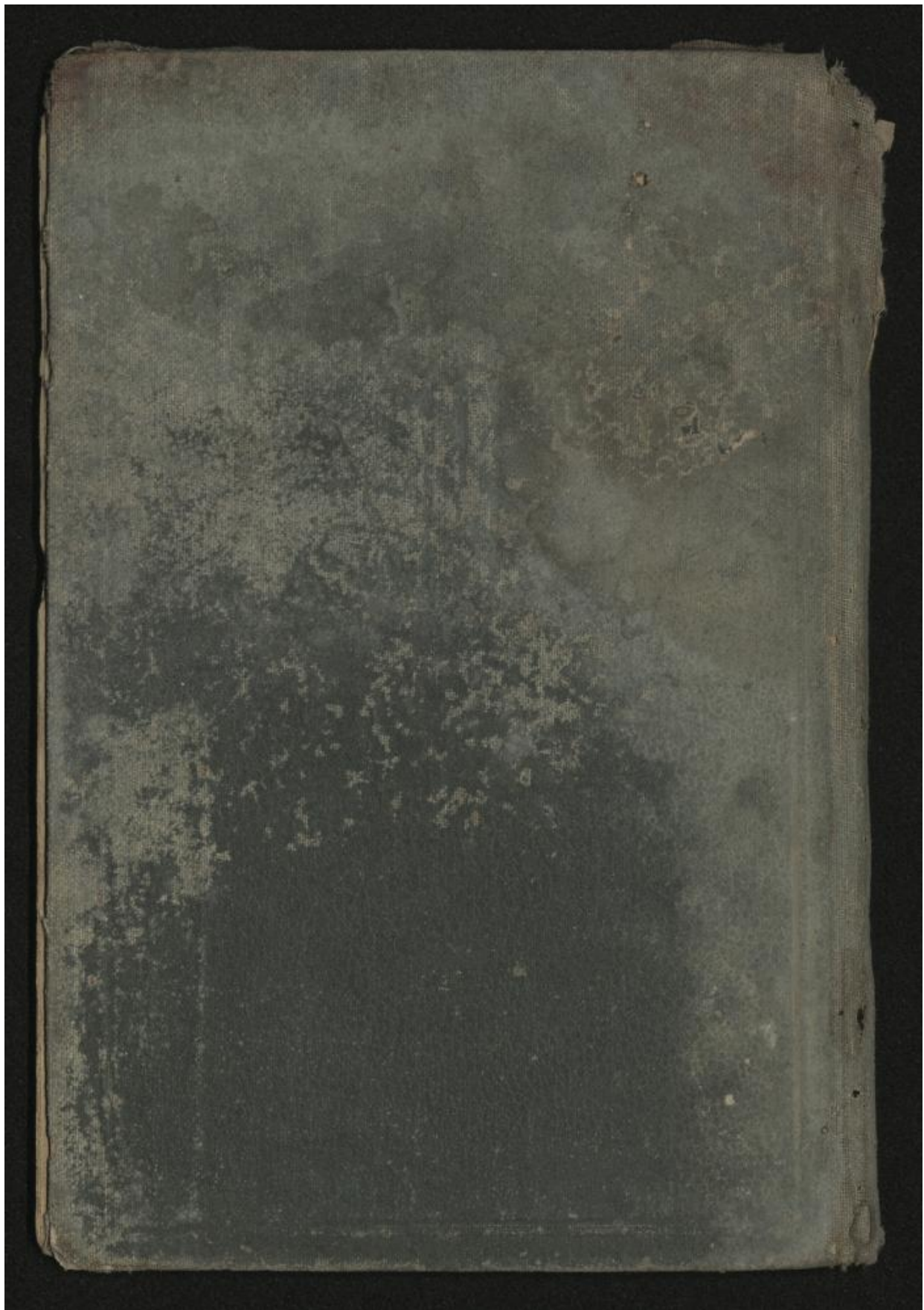


٠٤٣٦.٠٢.٠٠١٩

كتاب هندسة باللغة العثمانية

جزء من كتاب عن الهندسة مكتوب باللغة العثمانية.;



هغه زمان بر ۲۷ خطی (شکل ۱۶) بیکر براب خطی
غیر مساوی ایک زاویه مجاوره شکل ایک اوزرہ قطع اندر
ہو زاوہ بردن ری حادہ و دیگر ی منفرجہ اولور۔ و ہا حادہ
۲۷ خطہ خط مائل نمبر اولور کہ ہوتیم خط مذکور کہ اب
خطہ ہمو اولدینی اما اندر۔



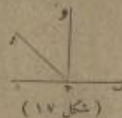
۲۲. ایک زاویہ یک مجموعی براۓ قائمہ مساوی اولور
ایسہ مذکور ایک زاویہ پر بریک قائمہ دیلتور .
ایک زاویہ یک مجموعی ایک زاویہ قائمہ مساوی اولور
ایسہ مذکور ایک زاویہ متممی زاویہ پر وھ بریک دیگر یک
متممی دیتور .

بدینوسیله که بر زاویه حادہ یک تمامی زاویہ منفرجہ دو .
و زاویہ منفرجہ یک تمامی زاویہ حادہ دو .

۲۳. دعوی۔۔۔ بر خط مستقیم دیگر بر خط مستقیم
اورزینہ مثلاً وارد اولور ایسہ ایک زاویہ تمامہ تشکیل ایدر۔
فی الحقیقہ اب خط مستقیم ایلہ α خط مائل نظر
معالیہ الہم اب خطک α قطعہ مدن β دعوی اخراج
اوتورسہ (شکل ۱۷) حاصل اولان اب β زاویہ قائمہ

1. *Le 1er jour*
 2. *Le 2nd jour*
 3. *Le 3rd jour*
 4. *Le 4th jour*
 5. *Le 5th jour*
 6. *Le 6th jour*
 7. *Le 7th jour*
 8. *Le 8th jour*
 9. *Le 9th jour*
 10. *Le 10th jour*
 11. *Le 11th jour*
 12. *Le 12th jour*
 13. *Le 13th jour*
 14. *Le 14th jour*
 15. *Le 15th jour*
 16. *Le 16th jour*
 17. *Le 17th jour*
 18. *Le 18th jour*
 19. *Le 19th jour*
 20. *Le 20th jour*
 21. *Le 21th jour*
 22. *Le 22th jour*
 23. *Le 23th jour*
 24. *Le 24th jour*
 25. *Le 25th jour*
 26. *Le 26th jour*
 27. *Le 27th jour*
 28. *Le 28th jour*
 29. *Le 29th jour*
 30. *Le 30th jour*
 31. *Le 31th jour*
 32. *Le 1er jour*
 33. *Le 2nd jour*
 34. *Le 3rd jour*
 35. *Le 4th jour*
 36. *Le 5th jour*
 37. *Le 6th jour*
 38. *Le 7th jour*
 39. *Le 8th jour*
 40. *Le 9th jour*
 41. *Le 10th jour*
 42. *Le 11th jour*
 43. *Le 12th jour*
 44. *Le 13th jour*
 45. *Le 14th jour*
 46. *Le 15th jour*
 47. *Le 16th jour*
 48. *Le 17th jour*
 49. *Le 18th jour*
 50. *Le 19th jour*
 51. *Le 20th jour*
 52. *Le 21th jour*
 53. *Le 22th jour*
 54. *Le 23th jour*
 55. *Le 24th jour*
 56. *Le 25th jour*
 57. *Le 26th jour*
 58. *Le 27th jour*
 59. *Le 28th jour*
 60. *Le 29th jour*
 61. *Le 30th jour*
 62. *Le 31th jour*
 63. *Le 1er jour*
 64. *Le 2nd jour*
 65. *Le 3rd jour*
 66. *Le 4th jour*
 67. *Le 5th jour*
 68. *Le 6th jour*
 69. *Le 7th jour*
 70. *Le 8th jour*
 71. *Le 9th jour*
 72. *Le 10th jour*
 73. *Le 11th jour*
 74. *Le 12th jour*
 75. *Le 13th jour*
 76. *Le 14th jour*
 77. *Le 15th jour*
 78. *Le 16th jour*
 79. *Le 17th jour*
 80. *Le 18th jour*
 81. *Le 19th jour*
 82. *Le 20th jour*
 83. *Le 21th jour*
 84. *Le 22th jour*
 85. *Le 23th jour*
 86. *Le 24th jour*
 87. *Le 25th jour*
 88. *Le 26th jour*
 89. *Le 27th jour*
 90. *Le 28th jour*
 91. *Le 29th jour*
 92. *Le 30th jour*
 93. *Le 31th jour*
 94. *Le 1er jour*
 95. *Le 2nd jour*
 96. *Le 3rd jour*
 97. *Le 4th jour*
 98. *Le 5th jour*
 99. *Le 6th jour*
 100. *Le 7th jour*
 101. *Le 8th jour*
 102. *Le 9th jour*
 103. *Le 10th jour*
 104. *Le 11th jour*
 105. *Le 12th jour*
 106. *Le 13th jour*
 107. *Le 14th jour*
 108. *Le 15th jour*
 109. *Le 16th jour*
 110. *Le 17th jour*
 111. *Le 18th jour*
 112. *Le 19th jour*
 113. *Le 20th jour*
 114. *Le 21th jour*
 115. *Le 22th jour*
 116. *Le 23th jour*
 117. *Le 24th jour*
 118. *Le 25th jour*
 119. *Le 26th jour*
 120. *Le 27th jour*
 121. *Le 28th jour*
 122. *Le 29th jour*
 123. *Le 30th jour*
 124. *Le 31th jour*
 125. *Le 1er jour*
 126. *Le 2nd jour*
 127. *Le 3rd jour*
 128. *Le 4th jour*
 129. *Le 5th jour*
 130. *Le 6th jour*
 131. *Le 7th jour*
 132. *Le 8th jour*
 133. *Le 9th jour*
 134. *Le 10th jour*
 135. *Le 11th jour*
 136. *Le 12th jour*
 137. *Le 13th jour*
 138. *Le 14th jour*
 139. *Le 15th jour*
 140. *Le 16th jour*
 141. *Le 17th jour*
 142. *Le 18th jour*
 143. *Le 19th jour*
 144. *Le 20th jour*
 145. *Le 21th jour*
 146. *Le 22th jour*
 147. *Le 23th jour*
 148. *Le 24th jour*
 149. *Le 25th jour*
 150. *Le 26th jour*
 151. *Le 27th jour*
 152. *Le 28th jour*
 153. *Le 29th jour*
 154. *Le 30th jour*
 155. *Le 31th jour*
 156. *Le 1er jour*
 157. *Le 2nd jour*
 158. *Le 3rd jour*
 159. *Le 4th jour*
 160. *Le 5th jour*
 161. *Le 6th jour*
 162. *Le 7th jour*
 163. *Le 8th jour*
 164. *Le 9th jour*
 165. *Le 10th jour*
 166. *Le 11th jour*
 167. *Le 12th jour*
 168. *Le 13th jour*
 169. *Le 14th jour*
 170. *Le 15th jour*
 171. *Le 16th jour*
 172. *Le 17th jour*
 173. *Le 18th jour*
 174. *Le 19th jour*
 175. *Le 20th jour*
 176. *Le 21th jour*
 177. *Le 22th jour*
 178. *Le 23th jour*
 179. *Le 24th jour*
 180. *Le 25th jour*
 181. *Le 26th jour*
 182. *Le 27th jour*
 183. *Le 28th jour*
 184. *Le 29th jour*
 185. *Le 30th jour*
 186. *Le 31th jour*
 187. *Le 1er jour*
 188. *Le 2nd jour*
 189. *Le 3rd jour*
 190. *Le 4th jour*
 191. *Le 5th jour*
 192. *Le 6th jour*
 193. *Le 7th jour*
 194. *Le 8th jour*
 195. *Le 9th jour*
 196. *Le 10th jour*
 197. *Le 11th jour*
 198. *Le 12th jour*
 199. *Le 13th jour*
 200. *Le 14th jour*
 201. *Le 15th jour*
 202. *Le 16th jour*
 203. *Le 17th jour*

ب و ا زاویه‌سنگ بر قسمتی حاوی ا و ب و د و ا زاویه قائمه‌سنگ دخی ب و ا زاویه‌سنگ قسم دیگر ب و دین
فصله اولی‌س و ا زاویه‌سنگی حاوی ب و د و ا زاویه قائمه‌سنگ
زاویه قائمه‌سنگ مجموعی تماماً ا و ب و د زاویه‌سنگ مجموعی
ساویدر وکدا:

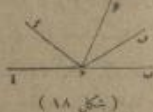


$$f \circ p \circ \pi = \pi^* f \circ p \circ \pi = f \circ p \circ \pi$$

و $3b = 1$ قائمه $+ 5$ و باز به پله چکندن بر ابکی مساویان جمع ایدند که:

۱۳۱ + ۱۳۱ = ۲۶۲ قلم اولیٰ اولیٰ

۲۴. نتیجه. — برخط مستقیم برطر قدمو بر نقطه می
اطراف قدم تشکیل اولان زوایای متساویه مجموعی یکی زاویه
قائمة مساویدر (شکل ۱۸)



زیرا اب خط منقبتك برطرفند و ح نقطه می اطرافند
 شکل اول ثان ا ج د ه ح ه ه ف ب زاویه لریك

مجموعی برنجی ۱ + ۱ زاویه سیله دیگر زاویه لری ساری اولان
۱ + ۲ زاویه بی مجموعنه مساویدر. حالوکه شععی اشبات
اولاندنی اوزره:

اولاد یقیندن $\varphi = b + s + s + a$

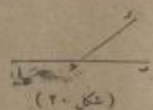
مطلوب ثابت اولش اولور .

۲۵. نتیجه ۲. — بر سطح مستوی اوزنیده بر طبقه
اطرافده تشکیل اولتان زاویه‌هاك مجموعی دوت زاویه قائمه
مسابیده. زیرا ضلعان دوت بری مثلا (شکل ۱۹) α م ضای
م ق استقامتده عند ایدلرسه یو خطده :

۱. اف خطك بر طرفه واقع ۱ م و ب م = زاویه لرله
۲. م ی زاویەك بر قمی مجموعی ایک قائمه مساوی وینه
۳. اف خطك دیگر طرفه واقع ۱ م و ب م ی زاویه لرله
۴. م ی زاویه سنك قسم دیگر مجموعی ایک قائمه
مساوی وایجادن اف خطك بر طرفه واقع ۲ زاویه قائمه دیگر
طرفه واقع ایک زاویه قائمه ضم ابدیله سه ۴ زاویه قائمه
اصل اولش اولور.

۲۶. دعوی. — ایکی زاویه مجاوره تمامی اولورلایسه
ضلع خارجلری (ضلع غیر مشترکری) برخط مستقیم اوزونده
بولور.

في الحنفية ١ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ ب مجاور زاوية لربك مجموعي
(شكل ٢٠) بالفرض ٢ قائميه مساوي اولور ايه ١ خطي



۱۔ خطہ سنک اور طرفہ طوغری قنبد ابدلکہ ۱۰۰ زاویہ۔
 سنک تمامہی تشکیل ابدلش اولور (مادہ ۲۳) حالو کہ مذکور
 زاویہ ثانی ۱۰۰ ب زاویہی اولدیتدن بناء علیہ ۱۰۰ خطی
 ۱۰۰ خطک استمالہی اولش اولور۔

۲۷. رأساً مقابل زاویه بر. — بریک ضلعی دیگرینک
ضلعی بریک امتداد و استقامتند عبارت اولان ایکی زاویه
رأساً مقابل زاویه بر دیر، صلب واری بر بری قطع ایدن
ضالع ایدن ایکی خط مستقیم (شکل ۲۱) دوت زاویه تشکیل
اید که بولن ایکیتر ایکیتر مجاور و ایکیتر ایکیتر رأساً
مقابلد.

۲۸ دعوی. — اگر ایکی زاویه رأساً مقابل اولورلر
ایسه اشو زاویهلر بربرینه مساوی اولورلر.

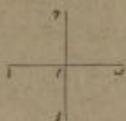
في الحقيقة $\alpha \neq \beta$ زاوية منك تمامي $\beta \neq \alpha$ زاوية منك
(ماده ٢٣) و $\alpha \neq \beta$ زاوية منك تمامي $\beta \neq \alpha$ زاوية منك
شاء الله

۱ م و ۲ م ب ژاویبارك تماملری مساوی اولدیقتن
کنتیلری دخی روینه مساوی اولورلر .



۲۹. نتیجہ ۔ ایک خط مستقیم اتصالین حاصل
اولان دوت زاویہ دین بری قائمہ اولور ایسہ دیگر اوجی دخی
قائمہ اولور ۔

زاویه سی قائمه اولور ایسه بوکارا ساقا مقابل اولان α زاویه سی
 فی الواقع درت زاویه دن بری مثلا (شکل ۲۲) α \neq



دخی قائمه اولوق لازمكلور. ام، وب م زاويه لری اولكيلرك
تماملری اولدقلارندن بونلر دخی قائمه اولوق اقتضا ايدر.

۳۳. دعوی. — خارجنده واقع بر نقطه دین بر خطه بالکتر بر عمود تزیل ایدیلور، بر دین زیاده عمود تزیل ممکن دکلدرد.
اولاً اب خطینه = نقطه سی (شکل ۲۳) اله آله، بونلرک بولدیغی سطح سنونک قسم اعلاسی اب خطی اطرافنده دور



(شکل ۲۳)

ایندیرلرک قسم اسفل اوزرینه تطبیق ایدلش قرش ایدلم =
بو خالده طبعی درک = نقطه سی ه نقطه سی منطق اولور.
سطحک قسم اعلاسی تکرار وضع اصلیه اناده ایدیلرک
= ه خطی دخی وصل اولورسه اشبو خط اب خطه عمود
اولور چونکه شکل سیه اولی کی قاتلان سی اولورسه = ا
زاویه سی مجاوری اولان ا ه زاویه سی منطق مساوی اولدیغی
تحقق ایدر.

ثانیاً = نقطه سندن اب خطه = ه خطیدن ایشقه عمود
تزیل قابل دکلدرد. بالقرش = و کی (شکل ۲۳) دیگر بر عمود
تزیل ممکن اوله ه و خطی وصل ایدیلرک حاصل اولان
و = و ه و زاویه سی بر برینه مساوی اولور. چونکه

بو شکل اب خطی اطرافنده دور ایدیلرک قسم عالیسی قسم
اسفل اوزرینه تکرار تطبیق ایدیلورسه = و خطی ه و خطه
منطق اولور. حالوکه مذکور ایکی زاویه تک مجموعی ایکی
قائمه دوندرد.

زیرا اگر ایکی قائمه مساوی اوله ایدی (ماده ۲۳)
ضلع خارجی خط واحد مستقیم اولق ایجاب ایدردی بو خالده
مجموع مذکورک نصف یا خود = و زاویه سی بر زاویه قائمه دین
دوندرد بناً علیه = ه خطیدن مانده کافه خطوط اب خطه
عمود اوله یوب مائل اولورلر.

۳۱. تعریفات عمومی. — بر دعوی تک افاده سی یعنی
دعوا فاشی دائماً ایکی قسم دین مرکب اولور. قسم اول شرط
دعوا دین عبارتدرکه بوکا فرض وقسم دیگر ایکی ابائی مطلوب
اولان شی اشعار ایلرکه بوکا نتیجه دیلور، اثبات دعوی ایسه
فرض قبول اولدیغی تقدیرده بولدن نتیجه استخراج اتمکدن
عبارت قاور.

مثلاً: ۲۸. نومرولی دعوی ده:

فرض — ایکی زاویه رأساً مقابل بولتور ایسه

نتیجه — اشبو ایکی زاویه بر برینه مساوی اولور.

۲۳. نومرولی دعوی ده فرض. — ه خطی دیگر بر اب
خطی قطع ایلش و یا تعبیر اصح دیگرله = ا و = و = و
زاویه لری تک ضلع خارجی خط واحد مستقیم اولورسه.

نتیجه — مذکور زاویه لر مجموعی ایکی قائمه مساوی
اولور.

بر دعوی تک فرض و نتیجه سی تقدیم و تأخیر ایدیلر،
بوسورته دیگر بر افاده تشکیل ایدیلرکه بواقده جدیدیه
برنجی افاده تک عکس تعبیر اولور. دیمک که ایکی دعوا دین
برینک نتیجه سی دیگرینک فرضی اولورسه بولده اولان ایکی
دعوا بر برینک عکس اولور.

اشته ۲۶ نجی ماده ده کی دعوی ۲۳ نجی ماده ده کی دعوا تک
عکسیدر.

لکن بر دعوا تک عکس دائماً دوشری بر دعوی اوله ماز
بعضاً بیض و عادی بر مخالفین عبارت اوله یلر، مثلاً بواقده فرض
و نتیجه به تفریق اله ۲۸ نمره ده کی دعوا تک عکس تشکیل
ایدلم:

دعوی

فرض — ایکی زاویه رأساً مقابل اولورسه

نتیجه — اشبو ایکی زاویه بر برینه مساوی اولور.

عکس دعوی

اگر ایکی زاویه مساوی اولورسه

رأساً مقابل اولورلر.

بداهه معلومدرکه ایکی زاویه مساوی اولورده رأساً
مقابل اولان = دیمک اولیورکه ۲۸ نمره ده کی دعوا تک عکس
صحیح دکلدرد.

مع مابیه شکاک ایکی زاویه سی برینه درت زاویه سی نظر
مطالعه اله سیدی عکس دعوی صحیح اوله یلریدی:

رأسی مشترک اولان درت زاویه ایکیشر ایکیشر مساوی
اولورسه ایکیشر ایکیشر رأساً مقابل اولورلر.

آئیده کی افاده بر دعوا تک عکس خیال بدیسی اولدیغی
کوزل بر مثالدر:

ایکی زاویه قائمه مساویدر دعوا استک عکس بر برینه مساوی اولان
ایکی زاویه قائمه اولور افاده سیدرکه بونک مخالفی بداهه ظاهرده.

تدریسات

۱. ۲۹ نمره ده کی نتیجه ۲۳ نمره ده کی دعوا تک نتیجه سی
اولرقی اثبات ایدلمک

۲. بر بری قطع ایدن ایکی خط مستقیم تشکیل ایلدیگی
ایکی زاویه متجاورده تک خط منصفی متعامد اولورلر.

۳. بالعکس ایکی زاویه متجاورده تک خط منصفی متعامد
اولورلر سه ضلع خارجی خط واحد مستقیم اوزریده بولتور.

۴. بر نقطه دین صادر اولان درت خط مستقیم ایکیشر
ایکیشر مساوی و مقابل زاویه لر تشکیل ایدرسه بو زاویه لر
ایکیشر ایکیشر بر برینک امتداد و استقامتی اولور.

۵. بر زاویه تک متمم و تمامی بیننده کی فصلی بولقی

۶. رأساً مقابل اولان ایکی زاویه تک خط منصفی بری
دیگرینک استقامتی اولور.

ا ب = ا ب با فرق

ب = ب با افتا

ا ب مشترک

بویکی متناهی ضلعی بر برینه نظیر نظیر مساوی اوله بقندن مذکور متنازده بر برینه مساوی اولور و مساواتدن مثلث مساوی الساقین مساوی ضلعیینه مقابل اولان زاویه لرك مساواتی استاج ایدیلر یعنی:

(۱) ب = ا (ا ب ضلعینه مقابل) زاویه سی = ا ب = ب (ا ب ضلعینه مقابل) اولور.

بناءً علیه ا ب خطی قاعدهیه عمود یعنی متناهی ارتفاعی اولور (ماده ۱۸).

(۲) زاویه ب = ا ب (ب ب ضلعینه مقابل) = زاویه ا ب = ب (ب ب ضلعینه مقابل) اولور. بناءً علیه ا ب خطی رأسده کی

زاویه بی ا بکی مساوی قسمه تقریق ایدر.

(۳) زاویه ب = ا ب (ا ب ضلعینه مقابل) = زاویه ا ب = ب (ا ب ضلعینه مقابل) اولور. بناءً علیه ا ب خطی رأسده کی

زاویه بی ا بکی مساوی قسمه تقریق ایدر. بناءً علیه ا ب خطی رأسده کی

۴۱. دعوی عکس - (۱) بر متنازده ارتفاعی قاعده متناهی نقطه منه اسابت ایدرسه او مثلث مساوی الساقین اولور.



(شکل ۲۸) (*)

فی الواقع ا ب و ا ب متناهی (شکل ۲۹) مقایسه ایدرجهك اولورسه کوربارک بونلرده:

ا ب ضلع مشترک ب = ب با افتا

زاویه ب = ا ب = ب (ا ب ضلعینه مقابل) اولور.



(شکل ۲۹)

یعنی بویکی متناهی ایکشتر ضلعیینه بونلر یئشده واقع اولان زاویه لری مساوی اوله بقندن مذکور مثلث بر برینه مساوی اولور و بونلن ا ب زاویه منه مقابل اولان ا ب ضلعی مذکور زاویهك مساویته مقابل بولان ا ب ضلعینه مساوی اوله بقنن تحقیق ایدر.

(۲۶) بر متنازده ارتفاعی رأسده واقع زاویه بی ا بکی مساوی قسمه تقریق ایدرسه او مثلث مساوی الساقین اولور.

[۳۷] نمروده کی دعویك شکله.

واقعا بونقده کوره ا ب و ا ب متنازده ا ب ضلع مشترک ب = ب با افتا زاویه سی = ا ب زاویه منه مقابل مساوی ا ب زاویه سی ایکسیده قائمه اوله بقندن بر برینه مساوی اولور بوجالده مذکور مثلثک برر ضلعیینه بونلر مجاور اولان زاویه لری نظیر نظیر مساوی اوله بقندن بویکی متنازده مساوی اولور و بونلن ا ب = ب اوله بقنن تحقیق ایدر.

(۳۶) بر متناهی ا بکی زاویه سی مساوی اولورسه مذکور مثلث متساوی الساقین اولور، مثلاً ا ب متناهی اولسون (شکل ۳۰)

تصور ایدلرکه بونک یعنی اولان دیگر بر متناهی صاغ سول ایدلرکه ا ب ب وضعه کترلین، برنجی متناهی ب زاویه منه

مقابل اولان ا ب ضلعی ایکشتر متناهی ب زاویه منه مقابل اولان ا ب ضلعینه مساوی بناً علیه:



(شکل ۳۰)

ا ب = ا ب اولور مطلوب تحقیق ایش اولور:

۴۲. نتیجه - متساوی الاضلاع اولان بر متناهی هده متساوی الزوایا یعنی اوج زاویه سی بر برینه مساوی (دعوی سابقه نتیجه سی) اوله بقنن کی:

متساوی الزوایا اولان هر مثلث متساوی الاضلاع اولور (دعوی عکسک نتیجه سی).

تجربیات

۷. بر متناهی دخلته آتان برر نقطه سی متناهی ب و ب رأسلریه وصل ایدیلرسه م ب و م ب ضلعیك مجموعی ا ب و ا ب ضلعیك مجموعیدن اصغر اولور.

۸. بر متناهی دخلته آتان برر نقطه سی متناهی ب و ب رأسلریه وصل ایدیلر، م ب و م ب خطوط ثلثه متناهی مجموعی متناهی جورستدن اصغر اولور.

۹. بر برنجی قطع ایتین ا ب و ا ب خط مستقیم قسملری ویرلرکی حالده بونلرک نهایت نقطه لری صیاب و رای وصل ایدیلرسه ا ب = ا ب و ا ب خطوط ثلثه متناهی مجموعی متناهی جورستدن اصغر اولور.

۱۰. بر ا ب ب متناهی ب خط واسطی ب و ب طوله مساوی ب و ب طولی قدر تعدید و ا ب وصل ایدیلرکی حالده ا ب = ب و ا ب خطوط ثلثه متناهی مجموعی متناهی جورستدن اصغر اولور.

۱۱. ب خط واسطی بونن احاطه ایدن ا بکی ضلعك نصف مجموعیدن اصغردر.

۱۲. ب خط واسطی مذکور مجموعك ضلعك تالیدن فضله سندن اعظمدر.

۱۳. هر متنازده خط واسطلرک مجموعی متناهی مجموع اضلاعه نصف مجموع اضلاعی یئشدهدر.

۱۴. بر زاویه نك خط منصفه عرضانی یعنی المانع اوله قری
عمود اولان خط شامل اوزونده رأس نقطه سندن اعتباراً ابعاد
مساویه تعیین ایدر.

۱۵. بر مثلث مساوی الساقینك خط واسطه لرندن ایکینسی
مساوی اولور.

۱۶. بر مثلث مساوی الساقینك خط منصفه لرندن ایکینسی
مساوی اولور.

۱۷. بر مثلثك زاویه لرندن برینك خط منصفی ضلع مقابله
عمود اولورسه مثلث مساوی الساقین اولور.

۱۸. ارتفاع قری و رأس زاویه قری مساوی اولان ایک
مثلث مساوی الساقین برینه مساوی اولور.

۱۹. ارتفاع و قاعده قری مساوی اولان ایک مثلث مساوی
الساقین اولور.

۲۰. از زاویه نك شامل قری اوزونده $a = b$ و $a = b$ و $a = b$
آلویه $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ خط قری سبیل واری اوله قری وصل
ایدیلیرسه بر ایک خطك از زاویه نك خط منصفی اوزونده
تقاطع ایدیه جگر قری اثبات اچك مطلوب ایدر.

نصل ابع

خطوط متعامده ؟ خطوط مائله

مثلث قائم الزاویه لرلك احوال مساواتی. - ایک نقطه دن
ایماد مساویه بولان تقاطك محل هندسیسی. - بر بری قطع
ایدن ایک خط مستقیمدن ایماد مساویه واقع تقاطك محل
هندسیسی.

۴۳. بر نقطه دن مخرج اولان عمود و مائله. - دعوی. - بر
خط مستقیمك خارجنده واقع بر نقطه دن خط مستقیم مذکوره
بر عمود ایلر بر قاع خط مائل رسم ایدیلیرسه :

اولا عمود مائله لر كله سندن اسفردر.

ثانیاً موقع عموددن ایماد مساویه واقع ایک مائل بر برینه
مساویه ایدر.

ثالثاً موقع عموددن ایماد غیر مساویه واقع خط مائله لرندن
موقع عموده بعدی زیاده اولان اطولدر.

اولاً a خط مستقیمه b خط عمودی و c خط مائلی

اله آله، (شکل ۳۱)

مذکور عمودی b خط a طولی قدر تعبد و c خطی وصل
ایدرسه لك حادث اولان a خط b و c خط a مائله لرلك ایکینسر
شاملرله بولنك یلارنده واقع زاویه قری تغییر نظیره مساوی
یعنی: $a = b$ (بالنشا)

a خط مشترك و
زاویه $a = b$ زاویه $a = b$ (قائمه اولقی حسیله)

اولدیلندن $a = b$ اولور.



(شکل ۳۱)

حالبوکه $a = b$ مثلث کیرنده $a = b$ ضلعی $a = b$ و $a = b$
شامل قری مجموعندن اسفرد اولدیلندن $a = b$ ضلعك نصفی یعنی
 $a = b$ عمودی دیگر شامل مجموعنك نصفندن یعنی $a = b$ مائلندن
اسفرد اولش اولور.

تعبیر دیگرله عمود بر نقطه دن بر خط مستقیمه اولان ابعادك
اقصر قری اشعار ایدر.

ثانیاً، موقع عموددن ایماد مساویه واقع $a = b$ و $a = b$ مائل قری
اولسون، $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ مائله لرلك ایکینسر شاملرله بولنك
یلارنده واقع بر زاویه قری مساوی یعنی :

زاویه $a = b$ زاویه $a = b$ (قائمه اوله قری ایچون)

$a = b$ ضلع مشترك $a = b$ و $a = b$ (بالفرض) اوله

$a = b$ زاویه نك مقابل اولان $a = b$ ضلعی $a = b$ و $a = b$
زاویه نك مقابل اولان $a = b$ ضلعی مساوی اولور.

ثالثاً، موقع عموددن ایماد مختلفه اولقی اوزره $a = b$ و $a = b$
مائل قری اولسه.

$a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$
اولدیلندن اوزره $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$
خطندن اسفرد اولدیلندن اثبات اچك کفایه ایدر.

شعبدی $a = b$ خطی قطع ایدیلیرسه دکی $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$
ایدرسه $a = b$ خطی $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$
اولدیلندن کوریلور.

حالبوکه $a = b$ خطی عمود اولدیلندن جده $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$
اسفرد اولدیلندن $a = b$ خطك $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$ و $a = b$
عندن یعنی $a = b$ خطندن اسفرد اولدیلندن بطریق اولی تصدیق
اولدیلور.

۴۴. نتیجه. - بر خط مستقیمك خارجنده واقع بر
نقطه دن خط منبروره بر برینه مساوی و لکنز ایک خط مائل رسمی
تعییندر.

۴۵. مثلث قائم الزاویه لرلك مساواتی. -

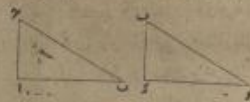
ایک مثلث قائم الزاویه نك بر برینصری ثالثاً مساویه
بوده زاویه قائمه در.

بنام علیه ایک مثلث قائم الزاویه نك مساوی اولدیلرسمچون

شرائط مساواته موافق اولهوق ديكرا ايجي عتبارك مساواتي
كفايت ايدرم . بونك بيجون مثلث قائمه از او بئرته مخصوص
و مستقام اولهوق بعض احوال مساوات موجوددر .

هـ مثل قائم الزاویه در زاویه قائماتک بر ضلعیه وتر قائم
او چنانچه ضامه نسبتیه بر نقطه من صادر اولان بر محمود ایله بر
خط مائلین عبارتند. بوسورت زوجیه آتی ایکی حال مساواتک
المانه مدار اولور.

۴۶. برخی حال . . . دعوی . . . و تر قائم علیه زاویه قائمه فی محیط اولان مثلث فردن بری مساوی اولان یکی مثلث مساوی در . مثلا ا ب ج د و ه و ی مثلثانده (شکل ۳۳) .



وتر قائم $b = \text{وتر قائم}$ هـ و $a = \text{وتر قائم}$ و اوله
ایکجه منانک، و ضای برنجی مثله مساوی اولان
اورت وضع و نقل اولدقد و زاویه ای زاویه مساوی
اولدقدن ملیددکه و ضای ایستقامتی اخذایده اشو
وضع و نقلد و و تقطعی ایلمع مشترک و ایله $b = \text{وتر}$
قائم و یوقه مشترکدن خارج ایکی خط مائل دره بوندن بقه

بویایی خلط مائل بر برینه مساوی بودند بقدرن موقع خوددند بعد
و مسافه لاری دخی مساوی اولتی اقتضا ایدند بنا علیه ه نقطه سی
نقطه سه اساتنه مذکور یکی مثلث مطلق اولش اولور.

۴۷. ایکٹی حال مساوات۔ دعویٰ۔ و تر قائم لایہ
برر زاویہ حادثہ لری مساوی اولان ایک منٹ قائم الزاویہ
بررینہ مساویہ. مثلا اب و و ه و منفریہ: (شکل ۳۳)

[illegible]

پوشیده و خط قطاری بر بینه منطبق و بر نقطه در خط مستقیم، انگار بر عمود تزییل ممکن اولدیقندن u و u_1 خطاری اشو عمود واحدین عبارت اولوب بر بینه منطبق اولوب بوقدرده مذکور مثالدرده بر بینه منطبق اولوب مساواتلری شات ایلش اولور.

۴۸. بحال هندسیہ۔۔ ہر نہ زمان پر سطح مستوی

اوزۇرۇدە بولغان بىر پائاق ئىنقىلاز جەلە بىر خاسە مەنبە ئىشراك ايدىرە
يوقىقلار لىكافەنى بىر دىن حاوى اولان خىطە سىقىدە نىقامىدە كۆرەك
مەل ھىندىسى ئىنقىلاز

بر خاصه مشرکيه مالک اولان بر طاق نقاشک محل هندسیسی
شور و عکس مذکور نقطه اوج بعد مجرده و بولندیا علی تعین و اثبات
ایلمک دیکمک، بولمک ایچوندرک محل هندسیسی تعیر قبول
و استعمال ایللدیر.

۴۹، دعوی۔۔۔ برخط مستقیمک ایکی نہایت نقطہ نرین
ایضاد متساویہ و واقع قاططک محل هندسی خط مذکورک
متصف نقطہ نرین اخراج اولان عمود اولور.

ا و ب نقطه‌ای پنداره محصور اب خط مستقیم
اولسون. (شکل ۳۴)

اولاً، بوخسك او ب نهايتن بدن ابعاد متساويده واقع
هر هائي ب م نقطه اي اب خطك منتصف نقطه سه اقامه
اولتان عمودك اوزونده بونور. م او م ب خطاري وصل

العلماء هو أي خط فرضيه الخط الأوسط برهينه مساوية
ذلك م نقطتي اب خطك م منتصف قطعه م وصل
إدراكه اب م مثلث متساوي الساقين م م خط واسطي
بالعلم اب قاعدته عمود والوتر نازل الوتر بناء على
م نقطتي اب خطك منتصف قطعه م اخرج أولان عمود
أوزنه والقدر.

تایاً بو محمودك اوزرندە واقع هر نقطه ا و ت نقطه لرندە
اماد متساويده واقعدر.

في الحقيقة مذکور عمود اوزنیده کائن هر هائیک برین نقطه ای اخذ ایدیهلرک فی اء ف خطاری وصل اولیورسه یوایی خط موقع عمودین ابعاد متساویه واقع اولدیقدن برسته مساویدر .

دعای مذکور شو و چه ده اقامه اولیاء و اولاد
ایک ابعاد متساوی و افع نقاط محل هندسی مذکور
خطی وصل این خط مستقیم متساوی فاصله
اولان نمود اولیاء

• • • دعوى۔۔ ہر زاویہ تک ایکی شامند ابعاد متساویہ
واقع نقاط محل هندسی زاویہ تک خط منصف اولور۔

اولاً، ب ۱۳ زاویه‌تک ضلع‌نبدن ابعاد متساویه‌ده واقع
اولان هر نقطه مذکور زاویه‌تک خط منطبق اوزنیده پیاورد
فی الحقیقه (شکل ۳۵) م ه و م و عموداری مساوی اوست

اوزره زاویه داخله بر م نقطه سی اخذ و م ا خطی وصل
اولور سه م ا و م ای مثل قائم الزاویه لریک وتر قائم لری
(م ا و تر قائم مشترک) ایله قائم لری محیط بر ضلع لری
(م ا و م ای بالقرض) مساوی اولدیلندن مذکور مثلث بر بریسه
مساویدر بنا علیه :



(شکل ۳۰)

زاویه ا م ا (م ا و ضلع مقابل) = زاویه م ای (م ای
ضلع مقابل) اولور . بو تقدیرده ا م خط مستقیم ب ا
زاویه سیک منصفدر .
تاییه خط منصف اوزرنده واقع هر هانکی بر م نقطه سی
اخذ و م ا ایله م ای عمود لری تریل ایدم . م ا و م ای
مثلث قائم الزاویه لریک وتر قائم لریله (م ا و تر قائم مشترک)
برر زاویه حاده لری (م ای = م ا و بالقرض) مساوی
اولدیلندن اشیو ایکی مثلث بر بریسه مساوی و بناء علیه :
م ا و م ای اولور .
بو تقدیرده م نقطه سی زاویه سیک ضلع لریک ابعاد متساویه ده
واقعدر .

۵۱ - تئیه . - بر بری قلع ایدن ایکی خط مستقیم ایدن
ایجاد متساویه ده واقع نقاطک عمل هندسیسی مذکور ایکی مثلث
تشکیل ایلدیکی دوت زاویه سیک خط منصف لریدن عبارتدر .
بر بریله متساوی ایدن ا ب و ج خط لری فرض ایدم .
(شکل ۳۱) م ا و زاویه سیک منسوب اولان خط منصفک م ای



(شکل ۳۱)

امتدادی مذکور زاویه به رأس مقابل ج م ای زاویه سیک خط
منصفی تشکیل ایدر . چونکه م ب زاویه سیک رأس مقابل
و مساوی اولان م ای زاویه سی م و زاویه سیک رأس مقابل
و بناء علیه مساویسی اولان م ای زاویه سیک منصفدر .
و کذلک م ا و زاویه سیک م ج خط منصفک امتدادی
ب م و زاویه سی نصف ایدر .
بو ایکی خط منصف بر بریسه عموددر . فی الواقع م ا و ج
م ب مجموعی ۲ قائمیه مساوی اولدیلندن م ج و م ب و
نصف مجموعی بر زاویه قائم اولش اولور .
۵۲ - تطبیقات . - بحال هندسیه معلوماتی مسائل هندسیه سیک

و عی ایسوس مسائل من بودمک کاغذ اوزرنیه بالرم حاده سیک
مهم و قائم منیدر . اکثر مسائلده عین زمانده ایکی خاصه مختلفه به
مالک بر نقطه سیک تعقی تکلیف ایدیلور .
اگر برنجی خاصه به مالک نقاطی حاوی اولان بر خط ایله
ایکجه خاصه به مالک نقاطی حاوی اولان دیگر خط معلوم اولور
ایسه اربابان نقطه بو ایکی عمل هندسیک نقطه تقاطعده
پولنه چی بدیدیلر .
مثلا برنهر تصور ایدم که اوزرنده اوب کی ایکی کوری
و نهره ملاقی م ا و م کی ایکی بول اولسون (شکل ۳۲)



(شکل ۳۲)

خریطه اوزرنده هم بویکی بولدن ابعاد متساویه ده واقع و همده مذکور
ایکی کوریدن ابعاد متساویه ده واقع بر نقطه بواق مطلوب
اوله . ایکی طریقندن ابعاد متساویه ده واقع نقاطک عمل هندسیسی
مذکور طریق لری تشکیل ایلدیکی زاویه سیک خط منصفدر .
ایکی کوریدن ابعاد متساویه ده واقع نقاطک عمل هندسیسی
کوریدلر یئنده وصل اولان ا ب خطک منصف نقطه سیک

اقامه اولان عموددر . او حاده اشیو عمود ایله خط منصف
مذکورک نقطه تقاطعی اربابان نقطه (م ای) اولش اولور .
تمرینات

- (۳۱) ایکیضر ضلع لری وار قاع لری مساوی اولان ایکی
مثلث مساواتی اثبات ایتک معلولدر .
- (۳۲) بر ضلع لریله بوشله مجاور اولان ایکیضر ارتفاع لری
مساوی اولان ایکی مثلث مساواتی اثبات ایتک معلولدر .
- (۳۳) ایکیضر ضلعی نظیر نظیر و بونلر یئنده کی ارتفاع لری
مساوی اولان ایکی مثلث مساواتی اثبات ایتک معلولدر .
- (۳۴) بر مثلث ضلع لریک منصف نقطه لریدن اخراج اولان
عمود بر نقطه ده تقاطع ایدر .
- (۳۵) بر مثلث اوج زاویه سیک خط منصف لری بر نقطه ده
اجتماع ایدر .
- (۳۶) هر هانکی بر مثلثه بیوک زاویه سیک قارشوسته
بیوک ضلع بولور و بالعکس کوچک زاویه قارشوسته کوچک ضلع
بولور .
- (۳۷) بر مثلث مساوی الساقین بر بریسه مساوی ایکی ارتفاعه
مالکدر .
- (۳۸) بونک عکسی
- (۳۹) وریلان بر نقطه منبر رسم ایتیلدر که
اشو خط مستقیم معلوم وریلان بر زاویه سیک ایکی ضلع به بر بریسه
مساوی ایکی زاویه تشکیل ایلسون .

(۳۰) اوب کی ایک نقطه ایه بر م خط مستقیم و بر ایک حاله (شکل ۳۸) م خط مستقیم اوزرنده بر م نقطه سی



(شکل ۳۸)

بولمیدرکه ا م زاویه سی ت م زاویه سبه مساوی ولسون و (سیلاردو مسئله سی) بر صورتکه استحصال اولان ا ب خط متکسری م خطک هر هانکی بر نقطه سی ت و ا نقطه لرینه وصل ایه اوله جق دیکسر بر خط متکسردن اصغر اوله یقی اثبات ایتک معلومدر .



نصل خاص

موازی خطلر

موازی خطلر - بر مناتک، رذوکنیر الاشاعلک زوایاسک مجموعی - متوازی الاشاعلک خاصه لری .

۵۳. موازی خطلر . - بر سطح مستوی اوزرنده بولتان واستقامتلی اوزره نه قدر تمید ایدلسلر اصلا بر برینه تصادف ایتیان ایک خط مستقیمه بر برینه موازی در دیلور . [۱]

۵۴. دعوی . - بر خط مستقیمه عمود اولان دیکر ایک خط مستقیم موازی اولورلر .

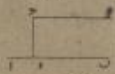
فی الحقیقه، بر خط عمود اولان ایک خط مستقیم عین بر نقطه مدن تزیل ایدیلر من . بناء علیه بویه ایک خطک بر نقطه اشتراکی اوله یه جقدن بر برینه اصلا تصادف ایدلر منلر .

۵۵. نتیجه . - بر خط مستقیمه خارجده واقع بر نقطه مدن بر موازی رسم اوله ییلور .

م نقطه سندن ا ب خطله (شکل ۳۹) بر موازی رسم ایتک ایچون ا ب خطله م عمودی تزیل و ایدله م خطله

[۱] ایک خط موازی بر سطح مستوی اوزرنده بولتان شرطدر . بر طرفه یوشترک وجودی اساساً لازمدر . مثلا بر ماسک مول کناری ایه صالح کای بر برینه اصلا قطع ایزر ایک خط ابراز ایدرلر لکن بر خطلر موازی دکلدلر .

عموداً م خطلی رسم ایتک کفایت ایدر . م و ا خطلی م خطله عمود اوله قلدن بر برینه موازی اولورلر .

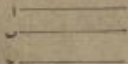


(شکل ۳۹)

نتیجه ۱. م نقطه سندن م خطله بالکسر بر عمود اقامه سی ممکن اوله یشدن دیکر که بر نقطه مدن بر خطله بالکسر بر موازی رسم ایدله ییلر یعنی بر نقطه مدن بر خطله بودن زیاده موازی رسم ایدلر ممکن دکلدلر .

۵۶. نتیجه ۲ . - بر خط مستقیمه آری آری موازی اولان ایک خط مستقیم بر برینه موازی اولور .

فی الحقیقه، ا ب خط مستقیملری اوچنچی بر م خطله موازی اوله یلر عین بر نقطه مدن بر م خطله ایک موازی (شکل ۴۰) رسم ایتک قابل اوله یشدن ا ب خطلی قاطع ایدلر منلر .



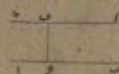
(شکل ۴۰)

۵۷. دعوی عکسی . - ایک خط موازی اولور ایه بولردن برینه عمود اولان م خط دیکرینه عمود اولور .

م خطلی ا ب خطله (شکل ۴۱) موازی و م خطلی ا ب

(تمام حثه)

خطله عمود فرض ایدله م خط سندن م خطله بر عمود رسمی تصور ایدلرله اشیو عمود ا ب خطله موازی اوله جقدن (نمره ۵۴) بناء علیه م خطله منطبق اولور .



(شکل ۴۱)

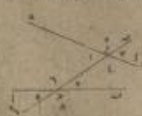
۵۸. بر خط قاطع ایه قطع اولان خطوط مستقیمه . - ایک خط مستقیم اوچنچی بر خط ایه قطع اولورسه حاصل اولان شکل سکز زاویه ابراز ایدر . بوزاویه لر موقه لرینه کوره اسمی خصوصه ورزلر .

مذکور زاویه لر ایکیشر ایکیشر یا خط قاطعک ایک طرفده و یا خود یه ایکیشر ایکیشر ایکیشی بر طرفده ایکیشی او بر طرفده بولور . بوندن شقه دردی مذکور ایک خط مستقیمک داخنده و دردی خارجده واقعدر .

سوی (شکل ۴۲) خط قاطعک ایک طرفده و ا ب م خط مستقیملری داخنده واقع و ۷ و ۱ نمرولی ایک زاویه یه متبادلتان داخلتان دیلور .

۶۰۴ نمرولی زاویه لر دخی کتکک بویه لجه تسبیه اولمشدر . خط قاطعک بر طرفده واقع و ۶۰۹ نمرولی زاویه لر و کتکک ۷۰۴ نمرولی زاویه لر داخلتان دیلور .

خط قاطعك ایکی طراقمده و خطین مستقیمك خارج جهته
واقع ۸ و ۳ غرولی زاویه نره زاویاتان متبادلتان خارجتان دیر
کذلک ۵۳ غرولی زاویه نره بو وجهله تسمیه ایدلشد.



(شکل ۱۲)

خط قاطعك برجهته و خط مستقیمك طیش طرفده
واقع اولان ۵ و ۳ غرولی ایکی زاویه و کذلک ۸ و ۳ غرولی
دیگر ایکی زاویه زاویاتان خارجتان تسمیه اولتور.
والجمله غیر مجاور اولدوق بری داخلی و دیگری خارجی
اولقی اوزره خط قاطعك بر طرفده واقع اولان ایکی زاویه
زاویاتان متوافقتان تسمیه اولتور. بونلرده ۵۹ و ۳۰، ۶۲ و ۴۰، ۷۳ و ۸۴
غرولی زاویه نره.
مع مایه بونصیبات علی الحسوس خط قاطعك ایکی موازی
قطع ایدلدی حالده مستقیم.
۵۹ دعوی - ایکی موازی بر خط قاطع ایدلدی
وقت:

اولا زاویاتان متبادلتان داخلتان مساویدر.
ثانیاً زاویاتان متبادلتان خارجتان مساویدر.

ثانیاً زاویاتان متوافقتان مساویدر
دایماً عین جهته واقع زاویاتان داخلتان یکدیگر
خامساً عین جهته واقع زاویاتان خارجتان یکدیگر
اب و ۳ ایکی خط موازی و ۵ و ۳ غرولی قطع ایدن
خط قاطع اولسه. (شکل ۱۳)



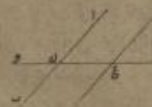
(شکل ۱۳)

اولا خط قاطعك موازی ایکی خط یتده محصور اولان
عین قسمك ح منقذ نقطه سندن اب خطه ح غرودی تزیل
بو غرودی یوقاری به دوعری تعدیل اولسه اشوح ح خط مستقیم
۵ و ۳ خطه دخی غرودی اولور (غیر ۵۷). حادث اولان ل ح ع
و ح ی ک مثل قائم الزاویه لریك و ثانیاً لری (ح ک = ح ع
بالاشا) بر زاویه حاد لری (ح ع نقطه سندن) متشکل زاویه
رأساً مقابلدر. مساوی اولدیلندن بو ایکی مثل بر برینه مساوی
اولور. بوساواندن استخراج اولدیلنه کورده زاویه ل ح ع
(ح ل شمله مقابل) = زاویه ح ل ی (ح ی شمله مقابل)
اولور.
اشبو زاویاتان متبادلتان داخلتان مساوی اولدیلندن بونلرک

مستقیم لری اولان ح ل ک ایکی دیگر زاویاتان متبادلتان دخی
مساوی اولش اولور.
ثانیاً، ۵ و ۳ ایکی زاویاتان متبادلتان خارجتان مساویدر.
چونکه بو ایکی زاویه شمدی مساوی اثبات اولتان زاویاتان متبادلتان
داخلتانك رأساً مقابلدر، و کذا به عین سینه س ل ک ه و
ح زاویاتان متبادلتان خارجتان مساویدر.
ثانیاً، ۵ و ۳ ایکی زاویاتان متوافقتان برنجیمی
ایکجه سندن متبادل و مساوی اولان زاویه داخلیه رأساً
مقابل اولدیلندن بر برینه مساویدر. و کذلک دیگر زاویاتان
متوافقتان مساواتلریده عین صورته اثبات ایدیلر.
دایماً ح ل ک ایکی عین جهته واقع زاویاتان داخلتان
بری دیگر يك متبادل مساوی اولان زاویه داخلیه لك متعیدر.
خامساً ح و ۳ ایکی زاویاتان خارجتان بری
دیگر يك متوافق و مساوی اولان زاویه خارجیه لك متعیدر.
۶۰ دعوی عکسی - ایکی خط مستقیم بر خط قطع
ایدلدی حالده:

زاویاتان متبادلتان داخلتان مساوی، یا خود زاویاتان خارجتان
یا خود زاویاتان متوافقتان مساوی یا خود عین جهته واقع زاویاتان
داخلتان متهم و یا خود عین جهته واقع زاویاتان خارجتان متهم
اولور ایسه مذکور ایکی خط مستقیم بر برینه موازی اولور (شکل ۱۴)
ا و ۳ و ۵ خط مستقیم لری ایله ۵ و ۳ خط قاطعک نظر مطالعه به

آهلاً ل ک ح ایکی زاویاتان متبادلتان داخلتان مساوی فرض
ایدلر. ۵ نقطه سندن اب خطه بر موازی رسمی تصور اولور ایسه
بو خط موازی خط قاطع ایله ل ک ح زاویه مساوی و ح ک
زاویه داخلیه سی تشکیل ایدر، و ثانیاً علیه ۵ و ۳ خطه
منطق اولور. عین مطالعه دعوا لك اصول سارتم سندن هر برینه
آبری آبری تطبیق اولدیلنه عین نتیجه استحصال اولور.



(شکل ۱۴)

۶۱. اضلاعی موازی زویا - دعوی - ایکی زاویه
بريك ضلع لری دیگر يك ضلع لری موازی اولور ایسه مذکور
ایکی زاویه با مساوی و یا متهم اولور. بوعواده اوج حال واردر.
برنجی حال - ۵ و ۳ ایکی زاویه
(شکل ۱۵) ضلع لری بر برینه موازی و عین جهته امتداده
ایتمش اولور ایسه بو حالده مذکور زاویه لری بر برینه مساوی
اولور.

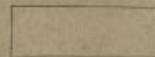
فی الحقیقه: ۵ و ۳ زاویه سندن ۵ و ۳ نقطه سندن
کتبه موازی اولیان اب ضلعی قطع ایدیلنه کورده
۵ و ۳ - ح و ۵ موازی خط لری ۵ و ۳ خط قاطعک

معین تکمیل اضلاعی بر پرسته مساوی اولان ذو اریبه
اضلاعدر . (شکل ۵۰)



(شکل ۵۰)

مستطیل دوت زاویه سیده قائمه اولان ذو اریبه اضلاعدر
(شکل ۵۱)



(شکل ۵۱)

مربع اضلاعی بر پرسته مساوی و زوایای قائمه اولان ذو
اریبه اضلاعدر. یا خود تعبیر دیگرله هم معین و هم مستطیل اولان
بر شکله . (شکل ۵۲)



(شکل ۵۲)

۶۴ بر مثلث زوایای مجموعی . — دعوی . — بر مثلث
مجموعی زوایای یکی قائمه مساویدر . (شکل ۵۳)
هر هائیک بر ا ب مثنای نظر مطالعه آله . م نقطه سندن
اعتباراً ا ب ضای تعبد و بعد نقطه مذکوره دن ا ب ضای

موازی ج و خطی وصل ایدم. ب صورتله ۳ قطعی اطرافده
واحد ضلع بر طرفده شکل ایدن اوج زاویه یک مجموعی یکی
قائمیه مساویدر .



(شکل ۵۴)

اشبو مجموع ایسه مثلث مذکورک مجموع زوایای سندن بشقه بر
شی دیگرله در ا مجموع مذکورک تشکیل ایدن زوایان ب ا ب
زاویه می قائم مثلث بر زاویه سیدر . ثانیاً ۳ زاویه می
مثلث ۳ زاویه سینه مساویدر . زیرا بر یکی زاویه ا ب
و ۳ ضامین متوازی قی قی ایدن ا ه قاطعک تشکیل ایدر یکی
زوایان داخلان متبایانندن عبارتدر . ثانیاً ۳ زاویه می
مثلث ا ب ۳ زاویه سینه مساویدر . زیرا اشبو یکی زاویه مذکور
ضامین متوازی ب ۳ قاطعی قطع ایستندن حصوله کشش زوایان
متوافقاند .

بناء علیه مثلث اوج زاویه می مجموعی یکی زاویه قائمیه
مساوی اولدینی تحقیق ایدر .

۶۵ نتیجه . — مثلث بر ضامینه دیگرست امتداد سندن
تشکیل ایش اولان ۳ زاویه سینه مثلث زاویه خارجیه می
دیگور کوریلور که بوزاویه مثلث غیر محاور اولان یکی زاویه می
مجموعه مساویدر .

۶۶ نتیجه . — بر مثلث یکی زاویه می معلوم و برله یکی
حاله دیگرک استحصال اولدیلور . زیرا اوجنکی زاویه معلوم
و بریلان یکی زاویه مجموعک شمعیدر .
پوشیه مثلثک مساواته متعلق دعاویده مساوی فرض اولتان
عناصر نه دن بری مطلق ضلع اولقی لزومی ایضاح ایدر . چونکه
بر مثلث یکی زاویه می دیگر مثلث یکی زاویه سینه مساوی
اولور ایسه اشبو مثلثک اوجنکی زاویه می دخی بر پرسته مساوی
اولسی طبعیدر . تعبیر دیگرله یکی مثلث اوجر زاویه می
مساویدر دیگر فرض مساواته عناصر نه ادخال ایتک دیک
اویوب حقیقت حاله یکی عنصرک مساوی اولدینی یسان
ایتمکدر .

۶۷ بر ذو کثیر الاشلاع محددک مجموع زوایای . —
دعوی . — بر ذو کثیر الاشلاع مجموع زوایای عدد اضلاعندن
ایکی نقصان قدر یکی زاویه قائمیه مساویدر [۱] .



(شکل ۵۵)

[۱] ذو کثیر الاشلاع محدد دیک ضلعندن بری یکی طرفندن
تعبد ایدر یکی حاله شکک تکمیل تعبد ایدر ضامک بر طرفنه
قالان کثیر الاشلاع دیکدر .

مثلاً (شکل ۵۶) ا ب ک ه کج بر ذو کثیر الاشلاع
محدد اولسه .

ذو کثیر الاشلاع مثلاً ا راسندن بالجه قطری رسم
اولور سه ذو کثیر الاشلاع ب صورتله بر طاق متناظره تقسیم
ایض اولور که بونلرک رأس مشترکری ا نقطه می و ا ه
ا ب ضلع می مستان اولقی اوزره رأس مذکوره مقابل بولتان
ضلع می ذو کثیر الاشلاع ضلع می اولش اولور . بناء علیه
مثلثک عددی ذو کثیر الاشلاع ضلع می عددندن یکی
نقصاندر .

حالبوکه کثیر الاشلاع زوایای مجموعی مذکورک مثلثک
زاویه می مجموع سندن عبارتدر . بناء علیه کثیر الاشلاع
مجموع زوایای عدد اضلاعندن ایکی نقصان قدر ۲ زاویه قائمیه
مساوی اوله جنی تحقیق ایدر .

بر محدد مجموع زوایا (۵-۲) یا خود اوج کره یکی زاویه
قائمیه یعنی ۶ زاویه قائمیه مساویدر . مسدده مجموع زوایا
(۶-۲) یا خود ۴ کره ۲ زاویه قائمیه یعنی ۸ زاویه قائمیه
مساویدر و الخ . . .

کثیر الاشلاع عدد اضلاعه ۵ درسه ک مجموع زوایای
قائمیه اوله جنی آتیدمکی دستور ایه افاده ایدیلور :

$$\text{مجموع زوایا} = ۲(۵-۲) .$$

موازی الاشلاعک خواصی . — دعوی . — هر موازی
الاضلاعه :

۱. بر برینه مقابل اولان زاویه لر مساویدر.
۲. بر برینه مقابل اولان ضلع لر مساویدر.
۳. قطر لر متصّف قطر لریده تقاطع ایدر لر.
۱ ب = ۳ و متوازی الاشاعی اولسون (شکل ۵۵).
اولا، مقابل زاویه لرک ضلع لری موازی و بر برینک عکسی
جهت متوجهدر. بناءً علیه مذکور زاویه لر مساویدر (ماده ۶۱ شق ثانی)
ثانیاً، ۱ ب قطری وصل ایدایر سه اشو قطر ایکي مثلث
تعیین ایدر: ۱ ب و ۳ و ۲ ب مثلثی، ۱ ب و ۳ ب مثلثک برر
ضلع لرله بوکا مجاور اولان ایکیشر زاویه لری مساوی اولدیلندن
مذکور مثلث مساوی اولور یعنی: ۱ ب = ۳ ب مشترک.



(شکل ۵۵)

زاویه ۱ ب = ۳ ب = زاویه ۳ ب = ۱ ب (بویکی زاویه ۳ ب و ۱ ب
موازیلرله ۱ ب قاطعه نسبتله متبادلتان داخلتان اولدیلندن)
زاویه ۱ ب = ۳ ب = زاویه ۲ ب = ۱ ب و ۳ ب موازیلرله ۱ ب
قاطعه نسبتله متبادلتان داخلتان اولدیلندن) بناءً علیه:
۱ ب ضلعی (۱ ب زاویه سه مقابل) ۳ ب = ۲ ب = ۱ ب
زاویه سه مقابل، ۱ و ۳ (۱ ب زاویه سه مقابل) ۳ ب = ۲ ب
(۲ ب زاویه سه مقابل) اولور.

نتیجه ۲. مساوی موازی لر بیتده محصور اولان موازی لر
مساویدر. و الحاقه ایکي خط موازی هر قطعه لریده بر برندن
اصاوت متساویده واقعدر.
ثانیاً، متوازی الاشاعک ایکيجی ۱ ب قطری ده وصل
ایدایر سه (شکل ۵۶) حاصل اولان ۱ ب و ۳ ب مثلث لریده:
۱ ب = ۳ ب (بر متوازی الاشاعک مقابل ضلع لری
اولدیلندن) زاویه ۱ ب = ۳ ب زاویه ۱ ب و ۳ ب موازی لر
ایله ۱ ب قاطعه نسبتله متبادلتان داخلتان اولدیلندن



(شکل ۵۶)

زاویه ۱ ب = ۳ ب = زاویه ۱ ب و ۳ ب موازی لر قطع ایدن
ایدن ۱ ب قاطعه نظراً متبادلتان داخلتان اولدیلندن).
یعنی مذکور مثلثک برر ضلع لرله بونلره مجاور اولان
ایکیشر زاویه لری مساویدر. بونلن
۱ ب = ۳ ب (۱ ب زاویه سه مقابل) ۳ ب = ۱ ب (۱ ب زاویه سه مقابل)
۲ ب = ۱ ب (۲ ب زاویه سه مقابل) ۳ ب = ۲ ب (۲ ب زاویه سه مقابل)
اولور. بناءً علیه:
۱ ب قاطعه قطری لرندن هر برینک متصّف قاطعه سیدر.
۹۵. دعوی عکسی: بر ذو اربعة اشاعده:
۱. بر برینه مقابل اولان زاویه لر مساوی اولور سه.

۲. یاخود بر برینه مقابل اولان ضلع لر مساوی اولور سه.
۳. یاخود قطر لر بر برینی متصّف قطر لریده قطع ایدر سه.
ذو اربعة اشاع متوازی الاشاع اولور (شکل ۵۷).
اولا، بر ذو اربعة اشاعک مجموع زوایای ۴ زاویه قائمه
مساویدر (ماده ۶۷) بناءً علیه بر ذو اربعة اشاعک بر برینه
مقابل اولان زاویه لری مساوی اولور سه بر جهته بولان ۱ ب و ۳ ب
۱ ب و ۳ ب کی ایکي زاویه داخلک مجموعی ۴ زاویه قائمه اولقی
لازمکیر، بوکا نظراً مذکور ایکي زاویه داخله بر برینک متصّفی
اولدیلندن ۱ ب قاطعه بو زاویه لری تشکیل ایدن ۱ ب و ۳ ب
خط لری موازی اولور (ماده ۶۰) بیکر ۱ ب و ۳ ب ضلع لری ده
بونددر. بونلریده ذو اربعة اشاعک مقابل ضلع لری موازی
اولدیلندن شکل متوازی الاشاع اولور.



(شکل ۵۷)

ثانیاً، بالقرض ۱ ب = ۳ ب و ۱ ب = ۳ ب اولسون.
۱ ب و ۳ ب قطری وصل ایدم (شکل ۵۷) ۱ ب و ۳ ب
۱ ب و ۳ ب مثلثی اشاعک متناظری نظراً نظراً مساوی اولدیلندن
بر برینه مساوی اولور. بناءً علیه ۱ ب و ۳ ب متبادله مقابل اولان
۱ ب و ۳ ب زاویه سه ۱ ب و ۳ ب ضلع سه مقابل اولان ۱ ب و ۳ ب زاویه سه

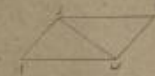
مساویدر. بویکی زاویه ۱ ب و ۳ ب و ۱ ب و ۳ ب
قاطعه نسبتله متبادلتان داخلتان اولدیلندن ۱ ب و ۳ ب
ضلع لری بر برینه موازی اولور.
کذلك ۱ ب و ۳ ب و ۱ ب و ۳ ب زوایان متبادلتان داخلتان ده
مساوی اولدیلندن ۱ ب و ۳ ب خط لریده موازی اولور.
ثانیاً: ۱ ب = ۳ ب و ۱ ب = ۳ ب فرض ایدیلن
(شکل ۵۸) ۱ ب قاطعه مذکور زاویه لر ۱ ب و ۳ ب و ۱ ب و ۳ ب
مثلث لریده



(شکل ۵۸)

رأساً مقابلرله بناءً علیه بویکی مثلثک برر زاویه سه بونلرله
محیط اولان ایکیشر ضلع لری مساویدر. بونلن ۱ ب و ۳ ب و ۱ ب و ۳ ب
ضلع لرینه نظراً نظراً مقابل اولان ۱ ب و ۳ ب و ۱ ب و ۳ ب
لرینک مساوی و بناءً علیه ۱ ب و ۳ ب خط لرینک موازاتی
استخراج ایدایر.
۱ ب و ۳ ب و ۱ ب و ۳ ب مثلث لرینک مساوی اولدیلندن ۱ ب و ۳ ب خط لرینک
موازاتی اثبات اولور.
۹۶. دعوی: بر ذو اربعة الاشاعک ایکي ضلع مقابل
هم موازی و همه مساوی اولور سه بویه اولان قوار اربعة الاشاع
متوازی الاشاعدر.

ا ب و ذوایه الاضلاع نظر معالیه الیه (شکل ٥٩)
بافرض بودن ا ب ضای ٣ و ضلعه هم موازی و هم
مساوی اولسون - ب و قطری وصل ایدرسه ک حادث اولان
ایکی مثله ب و ضلع مشترک - ب ٣ = ا ٣ (بافرض):



(شکل ٥٩)

زاویه ب ٣ = زاویه و ٣ (ب و ا ضلعایرینک
موازی اولسون) یعنی مذکور مثلاًرک نظیر نظیره ایکیشتر
ضلعایر ایه یشارنده واقع بر زاویه نری مساوی در.

بناء علیه ا ب و ب و ٣ مثلاًری بر برینه مساویدر. بو
حاجه ا ب ضلعه مقابل اولان و ا زاویه ٣ و ضلعه مقابل و
ب و زاویه مساوی اولور. بو ایکی زاویه ا و ب و خطایری
قطع ایدن ب و خطاطمه نسبتاً متبادلان داخلان اولدقترندن
ا و ب ٣ خطایریده بر برینه موازی و شکل متوازی الاضلاع
اولور.

٧١. قییه - معین بر متوازی الاضلاعین عبارتدر.
زیرا مقابل ضلعایر مساویدر. مستطیلده متوازی الاضلاعدر
چونکه مقابل زاویه نری مساویدر.
عمومیت اوزره بر متوازی الاضلاعک قطرلری مساوی

ذکردر. چونکه ٥٨ نمره ششکه باقیله ا ب و ا ٣
و مثلاًرینک نظیر نظیره مساوی ایکیشتر ضلعایر یشارنده
زاویه نری بر مساوی اولدایی کوریلور.
لکن مستطیلده (شکل ٦٠) قطرلرک تشکیل ایندیکی ایکی



(شکل ٦٠)

مثلاًرک نظیر نظیره مساوی اولان ضلعایر یشارنده بولیان زاویه نری
قائمدر. بناء علیه مستطیلک قطرلری مساویدر.
معینه قطرلر بر برینه عموددر. فی الحقیقه (شکل ٦١)



(شکل ٦١)

معیلک تعریفه نظراً ب و و نقطه نری ا و و قطرلرین ابعاد
متساویدره و ا قاعددر. بناء علیه مذکور ب و و نقطه نری
متساوی اولدایی ب و خط مستقی ا و خطک متصف
نقطه نری عموددر.
مربع هم معین و هم مستطیل اولدقترندن قطرلری هم
مساوی هم متساوی اولور.

تدریسات

٣١. بر مثلاًرک رأس نقطه نری مقابل ضلعایر موازی
خطایر رسم اولورسه مثلاًرک مذکورک درت مثلاًرک دیگر بر معین
تشکیل ایدیلور.

٣٢. بر مثلاًرک عین بر نقطه نری مرور ایدن اوج ارتقا ضلعک
مساوی اولدایی اثبات ایلدک معلومدر.

٣٣. بر ذو کثیر الاضلاع حدک کافه اضلاع عین جهت
اولدق تعذیب ایدیلورسه بوضوح حادث اولدق ذوایای خارجییه
مجموعی درت زاویه قائمه مساوی اولور.

٣٤. ا ب و مثله ا و ب زاویه نریک خط متصغری
رسم اولدقنری شده بو خطلرک تشکیل ایدم چکی ا ب زاویه نریک
قیمتی براتی معلومدر.

٣٥. بر مثلاًرک بر ضلعک متصف نقطه نری دیگر بر
ضلعانه موازی رسم اولسان خط اوجنهی ضلعک و مستطیلدن
مرور ایدر و طولی موازی برلته نری ضلعک نصفه مساوی
اولور.

٣٦. بر برینه منحرف متناظرده یعنی موازی اولیان ضلعایر
مساوی اولان شبه منحرفده مقابل زاویه نری متعیندر.

٣٧. بر خط معلومدن بر مسافه معلومه کاش نقطه نریک
عمل هندسی نری براتی.

٣٨. تعیین متوازی معلومین ابعاد متساویدره واقع
قاطط عمل هندسی نری براتی.

٣٩. بر نقطه نریک بر خط قائم و سول خط مستطیلرک
متصف قطرلرینک عمل هندسی نری براتی.

٤٠. بر مثلاًرک قائم زاویه نریک حادث اولدقنری و دیگرینک
ضعی اولورسه وتر قائم ضلع اصغرک ضعی اولدقنری اثبات
ایلدک.

٤١. بر ذوایه الاضلاعک قطرلری بر برینی متصف
نقطه نریک قطع ایدر بر برینه عمود اولور اینه مذکور
ذوایه الاضلاع معین اولور.

٤٢. بر ذوایه الاضلاعک قطرلر مساوی و بر برینی
متصف نقطه نریک قطع ایدر اینه ذوایه الاضلاع مستطیل
اولور.

٤٣. بر متوازی الاضلاعک زاویه نریک خط متصغری
بر مستطیل تشکیل ایدر.

٤٤. مجموع ذوایای ٣٦ قائم اولان ذو کثیر الاضلاع
تدر.

٤٥. زاویه نری ٣٦ قائم اولان کثیر الاضلاع
منظم ندر.

٤٦. ٢٠ ضلعک کثیر الاضلاع قدر کثیر الاضلاع
مثلاًرک زاویه نریک قیمتلری مشعر بر جدول الف ایلدک.

۴۷. هر مثلث مرکزی اولیه بر نقطه دره بر نقطه در
یکان و مثلث محیطه منتهی اولان هر خط مستقیم نقطه مذکوره
ایک مساوی قسمت اول. — متوازی الاضلاع مرکزی
قطرینیک تقاطع نقطه منتهی اول یعنی اثبات ایلمک.

۴۸. بر مثلث متساوی الساقین قاعده منتهی هر هاتکی
بر نقطه سندن ضلعین باقی اوزرینه تقریل اولان عمودیک مجموعی
ثابت اول یعنی اثبات ایلمک.

۴۹. بر مثلث متساوی الاضلاع داخلده واقع بر
نقطه در اضلاع کلله منتهی اوزرینه نازل اولان عمودیک مجموعی
ثابتدور.

۵۰. مذکور نقطه مثلث متساوی الساقین قاعده منتهی
استادای اوزریده (۴۸ مسئله) و با مثلث متساوی الاضلاع
خارجیده آله منتهی (۴۹ مسئله) حاله منتهی که حال کسب
ایده چکی نقیض و تحقیق ایلمک.

+

مربع سارس

محیط

مندرجات

محیط دائره. — وتر و قوسارک. و وترایله بر نازل مرکز
اولان مسافت ازینک متابعت اضافیه منتهی. دائره منتهی. — ایک
دائره منتهی تقاطعی.

۷۳. تقریقات. — باطلجه تقاطعی مرکز منتهی اولان
بر نقطه داخلده ایماو متساویه واقع بر خط منتهی منتهی به
محیط نمیر اولدور.

۷۴. مرکز نقطه منتهی محیط هر هاتکی بر نقطه منتهی وصل ایدن خط
مستقیمه نصف قطر منتهی اولدور.

۷۵. خط واحد مستقیم تشکیل ایدن ایک نصف قطر
دور. قطر لیک جهایی مساویدور.

محیطک تجدید ایدل یکی سطح منتهی به دائره الحاقی اولدور
داخل دائره اثنان بر نقطه در مرکز نقطه منتهی اولان بعد
و مسافت نصف قطردن اسفل و خارج دائره کاش بر نقطه منتهی
مرکز بعدی نصف قطردن اعظمیدور.

۷۶. نصف قطری مساوی اولان ایک دائره بر برینه مساویدور

اوزرینه منتهی قطردن اقامه ایلمان عمودیک حلقه منتهی
نقطه تقاطع ایدلور. م دائره منتهی ا ب م مثلث خارجیه
مرسومدور دینور.

۷۵. نتیجه ۲. — ایک دائره بر برینه ایکر ایک نقطه
قطع ایدلر. ایکدن زیاده نقطه منتهی قطع ایدلر. زیرا ایک محیط
اوج نقطه مشترک لاری بولیدنی قرین ایدله بولله اولان ایک
محیط بر برینه منطبق اولای لازمکدور.



(شکل ۶۲)

۷۶. اوسلرله وتر لیک متابعت اضافیه منتهی. — محیطک هر
هاتکی بر جزئی قوس دور. بر قوس ایک ثابت قطری
وصل ایدن خط مستقیمه وتر تغییر ایدلر. خارجه منتهی
وتر قوسی تویر ایدلر منتهی.

۷۷. دعوی. — قطر دائره منتهی ا ب یوک و تریدور

فی الحقیقه مثلاً ا ب وتری الله آله. (شکل ۶۳) ب م
قطری رسم. ا ب نصف قطری وصل ایدلر منتهی ا ب خط مستقیم
م ا ب نصف قطری مجموع سندن بقی قطردن اسفل
اولدور.

زیرا مرکزی منطبق اولای اوزر بولله ایک دائره بر برینه
اوزرینه نقل و وضع اولدور. محیط لیک بر محیط هر نقطه منتهی
دیکر لیک نه داخله نه خارجیه اصابت ایدلر. —
بر خط مستقیم بر محیطی ایکدن زیاده نقطه منتهی قطع ایدلر
چونکه مرکزی نقطه سندن خط تقاطع مذکوره نصف قطر
مساوی بالکتر ایک خط مال رسی نکلدور. (ماده ۴۵).

۷۳. دعوی. — خط واحد مستقیم اوزریده بر همان اوج
نقطه در قائما بر محیط کجیر به یلور. و برین زیاده محیط کجیر به من.
مثلاً. م. م. قطری اولیون. ا و ب نقطه درین ایماو
متساویه واقع هر نقطه منتهی ا ب خط مستقیم منتهی
نقطه منتهی اقامه اولان م عمودی اوزریده بولدور.

بریک کی بر برین ایماو متساویه واقع مود نقطه لیک
عمل هندسییدور. م خطک منتهی نقطه منتهی اقامه ایلمان
و ا ب عمودیدور. م عمودیک و ا ب عمودیه تقاطعی بر م
نقطه منتهی منتهی ایدلر. بوقله ا ب م نقطه درین ایماو متساویه
واقع دو منتهی بالکتر مذکور م نقطه منتهی بالکتر (شکل ۶۲)
ب حاله م تقاطعی و برین اوج نقطه درین یکین محیطک
مرکزی اولدور.

۷۴. نتیجه ۱. — بالملاحظه اکتشافیکدور. م نقطه منتهی
ا ب خطی اوزرینه منتهی نقطه سندن اقامه ایلمان عمود
اوزریده بولدور. بناء علیه بر مثلث اوج منتهی منتهی بر



(شکل ۶۳)

۷۸ دعوی. — هر قطر دائرة ویا محیطی یکی مساوی قسده تقرباتی ایدر. (شکل ۶۴)

محیطی اب قطری اطرافیده شارنل کی دوتدره ذک قسم اعلاسی قسم اسفل اوزیده شکک اوزره یکی به یو کلمه یو حالده هر هالکی بر ۲ ط نصف قطری ۲ و وشنه کیر. و ۱ خطیه ۱ ط زاویه یی قشک ایدر. محیطک نصف قطری عوای بر برینه مساوی اولدیندن ط خطیه یی محیط اوزیده بوشور. عین ملاحظه هر قسده حقه قابل اظفهر. بوشن استنتاج ایدیلرکه قطرک تقرباتی یکی قسم محیط هر خطیه سنده بر برینه تطابق ایدر.



(شکل ۶۴)

۷۹ تبیه. — قطردن بشقه اولان هر بر وتر بری نصف محیطدن بیوک دیکری کوجک یکی قوس توئیر ایدر.

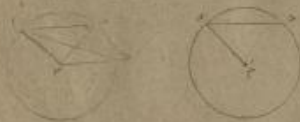
بر وترک توئیر ایدیلرکی قوسدن ویا تعیر اقصیه و قوس موئردن بحث ایدیلرکی وئیل سیراحت اولماقده دایره کوجک قوس مقصوددر.

۸۰ دعوی. — بر دایره ویا برینه مساوی اولان دایره ده

۱. نیم مساوی قوسلرک وترلیده مساویدر. ۲. غیر مساوی یکی قوسدن (نصف محیطدن اصغر اوللرک) اعظمک وتریده اعظم اولور.

اولا: بالفرض ۲ وتر محیطلیده یونلرک اب ۳ و قوسلری نظر ملاحظه آله ۱.

مرکز سیرکزه کلک و ۲ و نصف قطری ۱ و نصف قسریه (شکل ۶۵) منطبق اولوق اوزره یکی دایره یی بر بری اوزرینه



(شکل ۶۵)

و شمع و تطبیق ایدله بدیهه دیکه یووضعده یکی قوس مساوی قوس اولدیندن ۲ نقطه یی ب نقطه یی اصات ایدر. یو حالده اب و ۳ و وترلرک نهایت نقطه لری بر اولدیندن مذکور وترلیده بر برینه منطبق و مساوی اولورلر.

تایا: ۱. هر قوسی ۲ و قوسدن بیوک اولسول. برنجی قوسک ایدیلرک اعتباراً ۲ و قوسنه مساوی اب قوسی قطع و تعین ایدله بدیهه دیکه ب نقطه یی ۱ و هر نقطه لری آرمه اصات ایدر. شمدی ۱. ۲. ۳. ۴. هر نصف قطری واصل ایدرسک حادث اولان ۲. ۱. ۲. ۳. ۴. مثلثلرک ایکیشر ضلعاری نظیر نظیره مساوی. فقط بوشلعلر یئنه کی زاویه لری غیر مساویدر. بیوک اولان ۱. ۲. هر زاویه سه الک بیوک ۱. ۲. ضلعی تقابل ایدر. بنا علیه ۱. ۲. وتری اب و ترلرک ده اعظمدر. بالفرض ۱. ۲. ۳. اولدیندن ۱. ۲. وتری ۳ و ترلرک اعظم اولور.

۸۱ دعوی عکسی. — بر دایره ویا دوائر متساویه ده:

۱. مساوی وترلرک قوسلریده مساویدر. ۲. غیر مساوی یکی وتردن اعظم اولانک توئیر ایدیلرکی قوسده اعظمدر.

اولا: مساوی اولان یکی وترک قوسلری غیر مساوی اوله من. یو حقیقت یوقایدکی دعوائک ایکیشی شقوله تابشدر. تایا: غیر مساوی اولان یکی وترک قوسلری مساوی اوله من. (دعوی سابقک برنجی شقی) و کوجک وتره بیوک قوس قابل ایدله من (دعوی سابقک ایکیشی شقی).

۸۲ وترلرک یونلرک مرکزده اولان مسافه لری یئنه کی مناسبت اضافیه. دعوی. — مرکز نقطه سندن بر وتر اوزرینه تازک اولان هر دو یونلرک توئیر ایدیلرکی یکی قوسدن هر بری یکی مساوی قسده تقرباتی ایدر.

اب وترلرک یونک هر دو اولان ۲ و قطری ملاحظه ایدله ۱. ۲. ۳. ب نصف قطری مساوی مانلارکدن عبارت اولدله قطر سماندک هر موقع هر دو کدن ایدله متساویه ده و اقصیه بنا علیه هر نقطه یی اب تک متصف نقطه یی اولور. (شکل ۶۶)



(شکل ۶۶)

شمدی ۱. ۲. ۳. ب وترلری واصل ایدله ۱. ۲. ۳. نقطه یی اب اوزرینه منتصف نقطه سندن اقامه ایدیلرک هر دو اوزریده یونلرکدن مذکور یکی وتر بر برینه مساوی اولور. بنا علیه یونلرک توئیر ایدیلرکی ۱. ۲. ۳. ب قوسلریده بر برینه مساویدر. عین عیاکه ۱. ۲. ۳. ب قوسلریده تطبیق و تشبیل ایدله یایلر.

تبیه. — ۱. خط مستقیم عین زمانده آئیده کی خواص خبی حاذردر.

۱. مرکزدن کیر. ۲. وترک منتصف نقطه سندن کیر. ۳. آشافیده کی قوسک (قوس اسفلک) وسطه من و و ایدره. ۴. یوقایدکی قوسک (قوس افلاک) وسطه من کیر.

۵۰. وتره متساوی در ۱

پوشش اشکال یکبسی ۳۰ خطی تعیین اشکال یکبسی
تعییر آخره شرایط مذکوردهن یکبسی موجود و مرعی اولدی
حاله متبانی اوجیده بالضروره موجود و مرعی اولور ۱ مذکور
یش شرطی یکبسی اشکال مزاج ایدرک التي فرض تشکیل
ایدیه بایر ۱ دیک اولیورکه دعوائک التي مسورت اقامه سی
اوله بایر ۱

۸۳ دعوی - بر دانه ویا دوائر متساویه:

۱. مساوی وترک مرکز اولان مسافه لری مساویدر .
۲. غیر مساوی اولان ایکی وتردن اسفربنک مرکز
اولان اید مسافه سی اعظمدر .

اولا: م محیط اینه بر برینه مساوی فرض ایدیان ۱ م
۳ و وتر لری اولسون ۲ م ۳ م خط لری م مذکور قوس لری
مرکز اولان مسافه لری مساحه ایدن عمود فرض ایدلین ۴ م
۳ م (شکل ۶۷) نصف قطر لری وصل ایدم ۵ م ۳ م
۴ م ۱ مثل قائم الزاوی لری بر برینه مساویدر ۱ چونکه:
۴ م وتر قائم سی ۳ م ۳ وتر قائم سی (ایکبسیه نصف
قطر اولد قترندن)

۳ م شلی ۱ م شلی (مساوی وترک نصف لری
اولد قترندن)

پوایی مساویان مائل لری اوجنی ۴ م ۵ م ۳ م شلی لری
مساویان تبین ایدر ۱

تعییر آخره شرایط مذکوردهن یکبسی موجود و مرعی اولدی
پوشش اشکال یکبسی ۳۰ خطی تعیین اشکال یکبسی



(شکل ۶۷)

۳ و قوسه مساوی ۱ م قوسه آخره قطع ایدرک ۱ م وترینک
مرکز اولان مسافه سی مساحه ایدن ۴ م ۳ م عمودنی وصل
اولد قترندن ایدم ۱ م وتری بالضروره ۱ م ۳ م ۱ م قوسه
آرمسته محصور قله بنفندن ۴ م ۳ م خطی ۱ م ۳ م وتری بر ۳
قطعه سنده قطع ایدر ۱

۱ م خط عمود اولان ۴ م ۳ م خطی ۴ م مائلندن اسفردره
بطریق الاولی ۴ م ۳ م خط سندنده اسفردره اولور ۱ دیگر طرفدن
۴ م ۳ م (دعوائک برنجی شقی) اولد قترندن بناء علیه اسفرد
اولان ۳ م ۳ م مرکزندن ۱ م زیاده بید بولور ۱

۸۴ دعوی عکسی - بر دانه ویا دوائر متساویه:

۱. مرکزندن ابعاد متساویه بولان وتر لری مساویدر .
۲. مرکزندن ابعاد غیر متساویه بولان ایکی وتردن
مرکز ابعاد اولان اسفرد اولور ۱

۶

اولا مرکزندن ابعاد متساویه واقع اولدن وتر لری غیر
مساوی اوله مایلر (دعوی سابقک ایکبسی شقی) ۱ و ابعاد
غیر متساویه اولد قترندن مرکزندن ابعاد اولان اعظم اوله من
(دعوی سابقک برنجی شقی) ۱

۸۵ دائره ماس اولان خط لری - محیط اینه یالکز بر
قطعه اشتراکی اولان خط مستقیمه محیطه ویا دائره ماس
دیره نقطه اشتراکده نقطه ماس تعیر ایدیلیر
کذلک ایکی محیطک یالکز بر نقطه مشترک لری بولور سه
بویه اولان ایکی محیطده بر برینه ماس دیرلر ۱

۸۶ دعوی - بر محیطه ماس اولان خط نقطه ماسه
متن اولان نصف قطر عمود اولور ۱

م محیطه ۱ نقطه سندن ماس اولان ۱ م خط مستقیم
اولسون (شکل ۶۸) ۱ نقطه سندن ماس خط مذکورک م



(شکل ۶۸)

هانکی بر ۱ نقطه سی مطلقا خارج محیطده واقع اولور ۱ دیک که ۱ م
خطی م نقطه سندن مرکز اولان اید مسافه لری ۱ م ۳ م
بناء علیه مذکور ۱ م نصف قطر لری ۱ م ۳ م خط ماسه عموددره

۸۷ دعوی عکسی - بر نصف قطرک نهایت نقطه سندن
عمود اولان م خط محیطه ماس اولور ۱

قی الواقع ۱ م خطی ۱ م نصف قطرینه متعامده اینه م
کی مرکزندن ۱ م خطه وصل ایدیان دیگر م بر خط ۱ م
خطه مائل بناء علیه نصف قطرندن اعظم اولور ۱
پوقدرده ۱ م اوزرنده ۱ نقطه سندن ماسه آله جی م
هانکی بر ۱ م نقطه سی محیطک خارجنده واقع اولور ۱ م
خطک محیط اینه یکاله نقطه اشتراکی یالکز ۱ نقطه سندن عبارت
اولور ۱

۸۸ ایکی محیطک تقاطع و تمانی - دعوی - ایکی محیط
تقاطع اشتراکی حله مرکز لری بینه وصل ایدیان خط مستقیم
وتر مشترک عمود اولور ۱

م تقاطع اولان م و م محیط لری ملاحظه ایدم (شکل ۶۹)



(شکل ۶۹)

بونلر مرکز لری بینه وصل ایدیان م م خطک ۱ م ۳ م نقطه
اشتراک لری ابعاد متساویه واقع م و م کی ایکی نقطه سی
واردور ۱ بناء علیه م خط ۱ م وتر مشترک م متعلق نقطه سندن
عمود اولور ۱

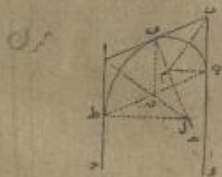
۸۹. نتیجه. — ایکی محیط بر برینه مثلثی ولایتی حالده نقطه تماس مرکز برینه وصل ایدیلان خط اوزرنده بولنور، زیرا محیطلر تماس اولدقلری حالده وتر مشترک بر نقطه حالده کاهجکندن دائما وتر مذکورک منصف نقطه سندن کجهجک اولان مرکز لر خطی مذکور نقطه دن یکیش اولور. و بالعکس ایکی محیطک مرکز لر خطی اوزرنده بر نقطه مشترک لری بولمحق اولورسه مذکور محیطلر بر برینه تماس اولورلر. چونکه نقطه اشتراک وتر مشترکک منصف نقطه دلات ایندیکندن اکلاشیلیرکه وتر مذکور بر نقطه حاله کیش دیکندر.

۸۷. تطبیقات. — بو ایکی نتیجهک التصاق خطوط مسالتهده تطبیقات مهممی واردور.

لسان قنده بر خط مستقیمک بر قوس ایله التصاقی خط مذکورک قوسک نهایت نقطه سته تماس اولسه اطلاق ایدیلیر مثال اولدق بر طاق مثلث یعنی مثل بر راسی طومقی اوزره بونک اثته اثنا ایدیلان پای کمر دینان قوسی نظر ملاحظه آلهلم.

مثال راسی یاخود خط صاعد بالفرض ا ب و (شکل ۷۰) طاقک صاع و صول طرفدن قائم ایاقلری تعین ونجه بدایدن خطلرده ا ب و ب خطلریله اشارت ایدیلش اولسون. و نقطه سی ا ب نک وسطی اولدقینه کوره ا ط = ا و ب و ب = ب و

اخته و ا ب و م عمودلری وصل ایدلم، بو عمودلر م نقطه سنده تقاطع ایدلر، اشبو عمودلر بر برینه مساویدر، چونکه ب و م ب م مثلث قائم الزامی اوزرنده ب م وتر قائمسی مشترک ضلع قائمزدین برری مساوی (ب = ب و) و بیک که مرکزی م نقطه سنده اولان محیط ب و ب خطلریله تماس اولور. بو حالده و ب قوسی رسم ایدر.



(شکل ۷۰)

شعری م و عمودلر ا ب ایکی خطی عمود اولان ل ط خطی قطع ایدلمیه قدر تعین ایدلم ل نقطه سی مرکز اعتبار ایدیلیرک رسم ایدیلان ب ط قوسی ا و ب ط خطلریله تماس اولور (بو قاروده کی ایسات ایدیلیر)، بوندن بشقه م ل مرکز خطی اوزرنده کاش در.

بناه علیه و ب و ب قوسلری و نقطه سنده التصاق ایدلر. بر برینه التصاق ایدن بر قوس سلسله سی مختلف اجزادن مرکب اولدهده پنه بر سنجی متصل منظره سی تشکیل ایدر. بونک کی بر برینه التصاق ایتمش اولان قوس ایله خط

منحنی انظره قنبا مستقیم وقتیا منحنی بر نوع خط خطلر عرض ایدرکه بونک جزه لردن بری دیگرینه غیر محسوس بر سورنده ارتباط ایدرک هیئت مجموعه سی خط واحد طرزنده دوام وامداد ایدرکی کورسور (شکل ۷۱).

بر بونک ویا شمسندوفر خطک بر دیرنه تغییر استقامت عذوری رفع ایچون اجرا ایدیلان التصاقلر بو قیلدنر.



(شکل ۷۱)

۹۰. ایکی دائرهک اوضاع اضافیه سی. — فرض ایدلمک بر سطح مستوی اوزرنده کائن اولان ایکی م و م محیطلری درجه درجه بر برینه تقارب ایلسین، بویه ایکی محیط مرکز نقطه سی دائما عین م خطی اوزرنده بولمحق شرطیه بر برینه نسبت واصله متعاقبا (شکل ۷۲ وایح) بش وضع معروف ومعین اخذ ایدیلیرکه بو وضعلر دن هر برینه آیری نامیر وریبایر.

اوضاع مذکوره وهر بونک خواص مخصوصه سی بوجه آتی بیان ایدلشدر.

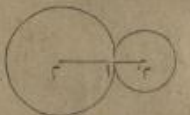
۹۱. محیطلر بری دیگرینک خارجنده واقع اولور (شکل ۷۳)، م م خطی م ا ب م ب م خطلریدن ترکیب ایدر، بناه

علیه محیطلرک بو وضعده مرکزی ییتدکی مسافه نصف قطری مجموعندن اعظمدر.



(شکل ۷۲)

۹۲. ایکی محیط بر برینه یک زیاده تقارب ایدر اوصورتده که مرکز لر ییتدکی خط اوزرنده (ماده ۸۵) واقع ب ا نقطه لری بر نقطه ده مشترک اولور. (شکل ۷۳).



(شکل ۷۳)

بو حالده محیطلره خارجا بر برینه تماس دیرلر، و بو وضعده مرکزی ییتدکی مسافه نصف قطری مجموعنه مساویدر.

۹۳. ایکی محیط بر برینه تجاوز ونداخل ایدر (شکل ۷۴). و بو حالده محیطلرک مرکز لر خطی عمود اولان بر خط اوزرنده (ماده ۸۸) ایکی نقطه مشترک لری بولنور. بویه اولان ایکی محیطه بر برینه نسبتله قاطع دیرلر.

۴. م مثله م م شای دیگر ۱ ۱ ۱ ۱ شای مجموعیدن
اسفر و تقاضیدن اعظمدر. بناء علیه محیط قاطع اولدقاری
حاله مرکزری یشدهکی مسافه نصف قطرری مجموعیدن اعظم
و تقاضیدن اسفر اولور.



(شکل ۷۴)

۵. محیطلردن اسفری اعظم اولانک داخله تماماً کچور
و بونکله برابر برقطه لری ینه مشترک اولور (شکل ۷۵).



(شکل ۷۵)

بو حالده محیطلر داخله بربرینه شای اولور. و م م
۱-۱ اولور. بناء علیه محیطلر داخله شای اولدقاری
حاله مرکزری یشدهکی مسافه نصف قطرلرینک فاصله
مساویدر.

۵. محیطلردن اسفر اولانی محیط اعظمک تماماً داخلده
بو لورق م م خطی ۱ ۱ نصف قطرلردن م م نصف قطرلرینک

طرحه مساوی اولور (شکل ۷۶). بناء علیه محیطلر بربرینه
لسته داخل اولدقاری حالده مرکزری یشدهکی مسافه
نصف قطرلرک فاصلدن اسفر دور.



(شکل ۷۶)

۹۱. تیه. پوش دعوانک عمومی بدن دعوی عکسکاری
اثبات ایدر. مثلاً ایکی محیطک مرکزری یشدهکی ید و مسافه
نصف قطرلرک مجموعیدن اسفر و تقاضیدن اعظم اولورسه
مذکور محیطلر قاطع اولورلر. چونکه م م خطی نصف
قطرلرک مجموعیدن اسفر اولدقاری حالده محیطلر نه خارجی ونده
خارجاً شای اوله مرلر. دیگر جهندن مرکزلر خطی نصف
قطرلرک تقاضیدن اعظم اولدقاری محیطلر نه داخلی ونده
داخله شای اوله مرلر. بو حالده مماساً قاطع اولورلر. چونکه
ایکی محیطک بربرینه لسته بالکز بش وشی وارددر. اوشاع
خسندن دردیستک احتمال وقوعی رفع ایدلکینه بروضع ممکن
قالیر.

برخطه اضافله تناظر. — برخط مستقیمک ایکی طرفده
خط مذکورده عمود اولان برخط اوزونده ابعاد مساوینده

واقع اولان ایکی نقطه خط اوله لسته بربرینه متناظر
دیرلر. . .
بو صورتده ۸۸ نجی ماده مکی دعوی بروجه آتی افاده
ایدلکینلر. . .

ایکی محیط بربرلری قطع ایشدکاری حالده بونلرک فصل
مشترک قطه لری مرکزلر خطله لسته متناظر اولور.
ایکی شکلدن برینک بالجه تقاطی دیگرینک کافه تقاطه عین
برخط مستقیمه لسته متناظر اولورسه بویه اولان ایکی شکله
اشکال متناظره دیرلر. . . و بو حالده خط مذکورده محور
تناظر نسبه ایدیلر. م م و م م حالتلری اب محور تناظرینه
لسته متناظر در (شکل ۷۷).



(شکل ۷۷)

محور تناظر اوزونده کائن اولان برقطه مک متناظری ینه
کندیدیدر. مثلاً نقطه مک متناظری ینه نقطه سیدر. .
یوندن استیاج ایدیلرکه ایکی خط متناظر اولدقاری وقت بونلرک
فصل مشترک نقطه می محور تناظر اوزونده بونلور.

برخط مستقیم ایله ایکی جزء متناظره تقسیم ایدیلر برشکله
متناظر دینه سیدر. ایشته بر قطر، دائره مک محور تناظریدر
ایکی دائره بربرینه لسته نه وضعده بونلورسه بونلور
مرکزلر خطی محور تناظر اخاذ ایدلکینه کوره دائره
متناظر اولور. . .

۷۸. نرمی شکله ابراز ایدیلن اوجو کمر ط م خطک
متصف نقطه منه عمود اولان محور تناظره لسته بربرینه متناظر در.



(شکل ۷۸)

بر شکک بولندقاری سطح منوی شارنل کی محور تناظر
امار افاده دوندیرلرک قاتلا بقی اولورسه ایکی شکل متناظرلرک
مساوی اولدقاری بلا کلفت اثبات ایدیلر.

تجربیات

۵۱. بر نقطه من محیطه اولان مسافه مک اعظم واسفری
مرکزدن یکدیگرکی اثبات ایتک.

۵۲. خارجی و یا داخلی یکی محیط چندمین مساحتك اعظم واضعری مرکزك خطی اوزرنده مساحت ایدیهكی اثبات ایلیمك.

۵۳. موازی خط قاطعك محیط سندن افزا ایدیهكی قوسلر بر برینه مساوی اولدیقن اثبات ایلیمك. - قاطع لردن بری تماس اولدیقن حال. - قاطع لردن ایدیهكیده تماس اولدیقن حال. ۵۴. و برین بر محیط سندن بر مسافت معلومه بولان نقاطك محل هندسی.

۵۵. مرکزك بر زاویهك خط منصف اوزرنده بولان بر محیطك، زاویهك سملری اوزرنده بر برینه مساوی قسملر تقریق و تعیین ایدیهكی اثبات ایلیمك.

۵۶. راستقامت معلومه موازی اولان بر دائرة وترلر يك منتصف نقطه لريك محل هندسی.

۵۶ (مكرر) و برین بر خط معلومه مساوی اولان وترلر منتصف نقطه لريك محل هندسی.

۵۷. بر محیطك ایلیمه قاطع سندن بر استقامت معلومه موازی اوله رق عین جهته رسم ایدیان و بر برینه مساوی اولان خط مستقیمك نهایت نقطه لريك محل هندسی.

۵۸. بر دائرة رسم ایدیان و بر طرفدن نقطه قاطع لره دیگر جهندن فصل مشترك لره محدود اولان ایدیهك مساحت بر برینه مساوی اولدیقن اثبات ایلیمك.

۵۹. بر دائرة رسم ایدیان دوت تماس بر ذواریمه اضلاع تشکیل ایدرکه بونك مقابل سملری مجموعری مساویدر.

۶۰. بر دائرة رسم ایدیان ایدیهك خط تماس فصل مشترك نقطه لره محدود اولور لره بونكی تماس آرمه رسم ایدیهك اوجنچی بر خط تماس اولکیر لره بر مثلث تشکیل ایدرکه بونك سملری مجموعری (چوردهی) داخما تاملندر.

۶۱. بر دائرة رسم ایدیان خط تماسلر اوزرنده نقطه تماسن اعتباراً عین جهته دوغری عین بر طول آتیرسه بو سوزكه تعیین ایدیان نقطه لريك محل هندسی تعیین ایلیمك.

۶۲. معلوم بر زاویه تشکیل اچك اوزره کندیلردن بر دائرة خط تماس رسم ایدیان نقطه لريك محل هندسی تعیین ایلیمك. - تماسلر تشکیل ایدیهكی زاویهك قائمه اولدیقن حال.

۶۳. بر مستطیك قیج محور شاطری واردات و بر محیطك بر محیطك قیج محور شاطری واردات.

۶۴. بر دائرة شكل متناظری بیه دائرة اولدیقن اثبات ایلیمك.

۶۵. بر شبه منحرف متناظرده قطرلر بر برینه مساویدر بو قطرلر ك حال قاطعی نرمی اولور.

~~~~~

### فصل سابع [۱]

#### زاویه لريك مساحتی

مساحت زوایا. - داخل دائرة مسوم اولان زاویه لره.

۹۳. ایدیهك زاویهك مقایسه سی. - بر کیتی مساحت اچك حد مقایسه اولق اوزره انتخاب و تعیین ایدیان عین جهندن دیگر بر کیتی قیج دفعه حاوی اولدیقن آرامق دیککدره بونک متعنه و معینه مالد اولدیقن کیتك واحد قیاسی تعیین ایدیان.

بر کیت واحد قیاسی قیج دفعه حاوی ایه بونی کوسترن عدد او کیتك مساحت و یا مقداریدر.

اولیمه ك اولان کیت واحد قیاسی ایلیمه ایدیان کیتی عدد تام اوله رق بر و یا قیج دفعه حاوی دككده او وقت واحد قیاسی ایلیمه ایدیان بری نه قدر حاوی اولدیقن تقش و عری ایدیان و بو حالد کیتك مساحتی بر کسر و یا عدد کسری ایلیمه ایلیمه اولور.

بالغاهه زاویه لری ایلیمه انتخاب ایدیان حد مقایسه طبیعی

[۱] رسمی روشانه نظراً اثبات و تاملرک تحصیل بشی سینه تعلیق ایدیهكی بوردده زاویه لريك مساحتی مالد اولان عین غایت سبب صورتده بیان ایلیمه.

یا خود واحد قیاسی زاویه قائمه (ماده ۲۱)، بونك ایلیمه بر مثلث زاویه لردن بری زاویه قائمه بر عین مستطیك زاویه قائمه دیر.

بونکله برابر غیر مستطی اولان بر شکله زاویه لردن برینک زاویه قائمه لسته مقدار عین و ایلیمه ایلیمه کوجدره بونك ایلیمه بر زاویهك دوغری عین مساحتی بریه علمای هندسه دعا قولای بر مساحت وضع و تعیین ایلیمه لره بوده: زاویهك رأسی مرکز اولق اوزره سملری یلته رسم ایدیان قوسك مساحت سندن عبارتدر [۱]

آئیدیهكی دعوالر بو مقصدی تعیین ایدر.

۹۴. دعوی. - بر دائرة و یا دوائر متساویه بر برینه مساوی اولان ایدیهك زاویه مرکزیک قوسلریده مساویدر و العکس مساوی قوسلر مقابل اولان زاویه مرکزیک لره مساوی اولور.

فی الحقیقه: ۱. م کی ایدیهكی دائرة نظیر مطالعه ایلیمه (شکل ۷۹).

[۱] بر کیتی بلا واسطه یعنی دوغری عین مساحت ایلیمه کیرده بالواسطه مساحت ایلیمه طریقته مراجعت قاعده مستاتل کیرده می وارددر. عینی هر برنده متساوی اولان یوماه سارلش بر ممدن تامل طوی مده ایلیمه اولیمه کیتك: قاطع بونک تدیر مده بر غرام کلدیه معلوم اولورسه بو حالد عین یومای طارطه لری تشکیلدن طوی استخراج ایدیهکیر: ایلیمه بو مثاله طوغری عین طوی مساحتی ایلیمه کیرده تامل تقی تدیر ایدیان بو طوغری عین طوغری بر مساحت دکل بالواسطه بر مساحت.





اعشاری ایله افاده ایدیلیر، اشته بو حسابیه اوزره ۲۵ درجه ۱۷ دقیقه ۸ ثابثک بر زاویه ۲۵، ۱۷، ۸ غراد یازیلیر. زاویه قائمه نسیبته مذکور زاویه نه ایدر؟ یعنی زاویه قائمه نك نه قدریدر؟ بونی بولقی ایچون یوقاریده کی عدد اعشاری یی ۱۰۰ ایله تقسیم ایتیلیر که بوسوزنله زاویه قائمه نك ۲۵، ۱۷، ۸ می اولدی بونی تحقق ایدر. حسابیه اعداد مرکزیه اعلالی اعداد اعشاریه عملیاتیه مبادله ایلشش دیگر.

۹۷. داخل دایره مرسوم زاویه، محیط اوزرنده تقاطع ایدن ایکی وترک تشکیل ایلدیکی زاویه داخل دایره مرسوم زاویه ویا زاویه محیطیه تعبیر ایدیلیر. دعوی. — بر زاویه محیطیه نك مقداری ضلعاری آرمسده محصور اولان قوسک نصفیه مساحه ایدیلیر، دایره نك مرکزی زاویه محیطیه نك ضلعارندن بری اوزرنده، زاویه داخلده، و زاویه خارجده اولقی اوزره اوج حال تصور ایدیلیر. برنجی حال. — ا ب زاویه می اولسون، (شکل ۸۹)



(شکل ۸۹)

بونک — ضای مرکزدن بکیور، ا م نصف قطری وصل

ایدهلم، ا م زاویه می ا ب مثلث زاویه خارجیه سیدر، ویک که ا و ب زاویه لری مجموعه مساویدر، مثلاً ایسه متساوی الساقین اولدینندن مذکور ایکی زاویه بر برینه مساوی و بناً علیه

ا م زاویه می ب زاویه نك ضعی اولور. ا م زاویه مرکزی نك مساحه می ا ب قوسه مساوی اولغله ا م زاویه نك نصفندن عبارت اولان ب زاویه نك مساحه می ا ب قوسنک نصفندن عبارت اولور.

ایکینجی حال. — ا ب زاویه می اولسون، (شکل ۸۲)



(شکل ۸۲)

مرکز نقطه سی زاویه نك ضلعاری یئنده کاشیدر، ب ق قطری وصل ایدهلم.

ا ب زاویه می ا ب و ب زاویه لری مجموعه مساویدر، ویک که ا ب زاویه نك مساحه می ا ب و ب زاویه لری نك مساحه لری مجموعه یعنی بواکی زاویه برنجی حالده واقع اولدینندن ا ب قوسنک نصفیه زائد ب قوسنک نصف یعنی تکمیل ا ب قوسنک نصفیه تقدیر اولور.

اوجینجی حال. — ا ب زاویه محیطیه می اولسون.

(شکل ۸۳) بوسفرده مرکز دایره زاویه نك خارجده بولتیور. یت ب ق قطری وصل ایدهلم، ا ب زاویه می برنجی حالده واقع اولان ا ب و ب زاویه لری نك فضله مساوی اولور. یقندن مقداری ا ب قوسنک نصفندن ب قوسنک نصفنک حاصل طرحیه یاخود بواکی قوسنک فضله نك نصفیه یعنی ا ب قوسنک نصفیه مساحه ایدیلیر.



(شکل ۸۳)

۹۷. نتیجه ۱. — نصف محیط داخله مرسوم اولان هر زاویه محیطیه قائمدر، (شکل ۸۴) چونکه بویه اولان بر زاویه



(شکل ۸۴)

محیطیه نك مقداری دیگر نصف محیطک نصفیه یعنی ربع محیط ایله مساحه ایدیلیر (ماده ۸۶)

۹۹. نتیجه ۲. — بر مماس ایله نقطه تماسدن کشیدم

ایلیان بر وترک تشکیل ایلدیکی زاویه نك مقداری ایکی ضای یئنده محصور اولان قوسک نصفیه (شکل ۸۵) مساحه ایدیلیر،



(شکل ۸۵)

مثلاً ب مماسیه ا ب وترنک تشکیل ایلدیکی ب زاویه می اولسون، ا ب قطری وصل ایدهلم، ا ب زاویه می ب ب و ب زاویه لری نك فضله مساویدر، حالبوکه ب ا ب زاویه می قائم اولدینندن مقداری ربع دایره یاخود ا ب قوسنک نصفیه مساحه ایدیلیر.

ا ب زاویه محیطیه نك مقداریده ب قوسنک نصفیه مساحه اولور.

بناً علیه ب ا ب زاویه نك مساحه می ا ب قوسنک نصفندن ب قوسنک نصفنک نصفیه یعنی ا ب قوسنک نصفیه مساحه ایدیلیر.

۱۰۰. نتیجه ۳. — عین بر نقطه دایره مرسوم اولان زاویه محیطیه لری جله سی بر برینه مساویدر.

چونکه ا ب، ا ب، ا ب زاویه لری نك مقداری هب ا ب قوسنک نصفیه مساحه ایدیلیر، (شکل ۸۶)

پوسیدنیانی ۱ و ۳ هـ ب نقطه دارمی ۱ و ۲ ب زاویه سی  
قابل در دنی ۵۰ زاویه قابل بر نقطه دارم دیک ۵۰ درجه ک  
زاویه محیطی قبول ایدمیل بر نقطه دارم دیک اولور



(شکل ۸۶)

۱۰۱. نتیجه ۴. — داخل محیطه مرسوم اولان بر  
خواریه اضلاع بر برینه مقابل اولان زاویه لری مسمی اولور  
فی الحقیقه داخل محیطه مرسوم اولان ۱ و ۲ ب خواریه  
اضلاعت (شکل ۸۷) ۱ ب قطری وصل ایدرسک و ۲



(شکل ۸۷)

زاویه لریک مساحه لری مجموعی بر نصف محیط اید مساحه  
ایدیلر

۱۰۲. دعوی. — یکی خط قاطع تشکیل اید یکی زوایا —  
دعوی. — یکی قاطع دائرة داخلده بر برینی قطع ایدرسه

تشکیل ایدکاری زاویه نیک مقداری خط قاطع ایدرسه محصور  
قوسلرک نصف مجموعیه مساحه ایدیلر  
مثلا بروجه فرض ۱ و ۲ زاویه اولون (شکل ۸۸)



(شکل ۸۸)

۱ هـ بر برینی وصل ایدم ۱ و ۲ ب مثلاً ک خارجده واقع اولان  
۱ و ۲ زاویه سی ۱ و ۲ هـ زاویه لری مجموعیه مساویدر، حالیکه  
زاویه محیطه سنک مقداری ۲ هـ قوسنک نصفیه، ۲ هـ زاویه  
محیطه سنک مقداری ۱ هـ قوسنک نصفیه مساحه اولدیندن  
بو ایکی زاویه نیک مجموعنک مقداری ۱ هـ قوسنک نصفی زائد  
۱ هـ قوسنک نصفیه یعنی قاطع لریک ایدرسه محصور اولان ۱ و ۲

۲ هـ قوسلرک نصف مجموعیه مساحه ایدیلر.

۱۰۳. دعوی. — ایکی قاطع خارج دائرة بر برینی

قطع ایدرسه تشکیل ایدکاری زاویه نیک مقداری خط قاطع لریک  
آیدرسه محصور اولان قوسلرک فضلتک نصفیه مساحه ایدیلر  
مثلا ۱ و ۲ (شکل ۸۹) قاطع لریک تشکیل اید یکی

۱ و ۲ زاویه سی نظرمطالعیه به آله ۱ هـ خطی وصل ایدرسه  
حادث اولان ۱ و ۲ زاویه سی ۱ و ۲ هـ مثلاً ک خارجده واقع

اولدیندن ۱ و ۲ ب زاویه لریک مجموعیه مساوی و بیانه علی ب  
زاویه سی ۱ و ۲ زاویه سیله ۱ زاویه سنک فضلتک مساویدر  
بو ایکی زاویه داخل محیطه مرسوم اولدیندن مقدار لری نظیر  
نظیره ۱ و ۲ هـ قوسلرک نصفیه مساحه ایدیلر، بیانه علی



(شکل ۸۹)

موضوع دعوا اولان ۱ و ۲ زاویه سنک مقداری ۱ هـ قوسنک  
نصفین ۲ هـ قوسنک نصفیه فضلتک یعنی قاطع لریک آیدرسه  
محصور بوئان ایکی قوسنک نصف فضلتک مساحه اولور

### تحریرات

۶۶. بر شبه منحرف متاطرک بر محیط داخلده قابل رسم  
اولدینی اثبات ایدمک.

۶۷. بر مثلاً ک زاویه سی ۱ و ۲ هـ ۵۸° ۱ و ۲ زاویه سی ۵۶°

۶۸. زاویه سنک مقداری بولق.

۶۸. یوقاریده کی زاویه لریک مقداری تقیم منی درجه لری  
تحويل ایدمک

۶۹. تقیم منی ده ۹۰ فرادق بر زاویه سی تقیم تسعینده

درجه دقیقه، و ثانیه اولدق تحويل و افاده ایدمک — کلاً ک  
۸۰۵۷۸ فرادق بر زاویه سی کلاً ک ۹۸۷۴ فرادق بر زاویه سی  
تقسیم تسعین حسابیه ترجمه و افاده ایدمک.

۷۰. اقسام متساوییه آریش بر محیطک تقسیم نقطه لری  
وصل ایدن وتر لری بر شکل مضلع متشکل اید یکی اثبات  
ایدمک

۷۱. بر برینه مماس اولان ایکی محیطک نقطه ناستدن ایکی  
خط قاطع رسم ایدیلر، بعد بو نیک نقطه تقاطعی مذکور  
محیط لری وصل اولورسه بو صورتیه احداث ایدیلر ایکی وتر  
بر برینه موازی اولور

۷۲. بر مثلاً ک متساوی اضلاعت اوج رأس نقطه سنه خارج  
مثله مرسوم اولان محیطک بر نقطه سی وصل ایدلریک حالت  
بو صورتیه استحصال اولان اوج خطک بری دیگر ایکی  
مجموعه مساویدر

۷۳. قاعدلری و مقابیل زاویه لری بر اولان مثلاً ک  
و آسیرنیک محل هندسیسی — زاویه نیک قائمه اولدینی حال.

۷۴. و برین ایکی خط مستقیمه مماس اولان دائرة لریک  
مرکز لریک محل هندسیسی

۷۵. عین بر دائرة مماس اولان ایکی خط مستقیم  
تشکیل ایدکاری زاویه ۷۵° اولدینی معلوم ایکن نقطه تاسیر  
یشتند محصور اولان قوسنک مقداری بولق



۷۶. هر هانگی بر دو اریبه اشاعه زوایه لریك خط  
منصفاری داخل دائره قابل رسم بر دو اریبه اشاعه تشکیل  
اید.

۷۷. بر مثلث رأسلرندن مقابل ضلعاری اوزرته تنزیل  
ایدیان عمودلر. بولرك موقع عمودلریك تشکیل ایدیلکی مثلثك  
زایه لریك منصفاری اولور.

۷۸. بر مثلث خارجه مرسوم اولان بر محیطك بر نقطه  
سندن مثلثك اوج ضلای اوزرته برر عمود تنزیل ایدیلرسه  
بو عمودلرك موقع عمودلری بر خط مستقیم اوزرته بولور.

۷۹. ایکی محیط قاطعك فصل مشترك نقطه لریك برندن  
مدكور ایکی محیطك قطرلری رسم ایدیلرسه بوقطرلرك نهایت  
نقطه لری وصل ایدن خط مستقیم محیطلرك دیگر ایکنهی فصل  
مشترك نقطه سندن مرور ایدر. ووتر مشتركی متعامداً قطع ایلر  
۸۰. داخل دائره مرسوم بر دو اریبه اشاعه مقابل  
ضلعاریك تشکیل ایدیلکی زوایه لرك منصفاری متعامد اولور.

فصل ثامن

مسائل بسیطه

کاغذ اوزرته اجزا ایدیلن انشا آئده مسطره و پركارك استعمالی  
خطوط متعامده ومتوازیه ترسیمی. — کتبك استعمالی. —  
زوایه لرك درجه، دقیقه، ثانیه اوله رق تقدیری، منقلبه. — زوایه  
ومثلثلرك الشاسه متعلق مسائل بسیطه. — بر دایره خارجه  
واقع بر نقطه سندن عمود رسم ائتك. — ویریلن بر خط موازی  
اولی اوزرته بر دایره عماس کشیده ایللمك. — ایکی دایره  
عماس مشترك رسم ایللمك. — ویریلن بر خط اوزرته بر دایره  
معلومی استقامه قابل بر نقطه دایره رسم ایللمك.

۹۰۴. جدول و پركارك صورت استعمالی. — بر سطح  
مثنوی اوزرته اشارت ایدیلن ایکی نقطه سندن خط مستقیم  
یکرملك اقتضا ایدیلکی حلاله بر مسطره آلهرق کتاری مدكور  
ایکی نقطه عماس ائتك اوزرته سطح مربوط اوزرته وضع  
وتطبیق ایللمك کفایت ایدر.

بر قورشون قلمك سیوری آیدیلن اوجی ویا جدول قلمی  
مسطره یا شود جزکی تحته سندن کتاری اوزرته یورده لرك رسم  
ایدیلن جزکی مطلوب اولان خطی تشکیل ایدر.

انشا آت دقیقه ایچون آناچندن معمول ایچمه و دوز بر جدول  
تحته استعمال ایدیلر (شکل ۹۰)

(شکل ۹۰)

بو حلاله رطوبت و یوسنتک تأثیرات متدیه سیله جزکی  
تحته سندن سطحی براز انخا پیدا ائنه سیله بر ضرری موجب  
اولناز چونکه درست و دوز بر رسم تحته سی اوزرته تطبیق  
ایدیلکی زمان جدولك اوزرته براز باصیلحق اولورسه  
مستویلی در حال عودت ایدر.

پرکار معنی بر میل ایلر بر بریت ریت ایلش و بو میلک  
اطرافندو لک سیر ایلدونه یارب ایکی قولدن عبارتدر. بویکی قولك  
نقطه احتیاطه سیر پرکار تعبیر اولور. (شکل ۹۱) آکتریا پرکارك



(شکل ۹۱)

میلک اوجنه بریده کیریلر. و بر کوچک انخا واسطه سیله  
خند الانجاب مذکور ویده سقیقه لریلرک ویا گوشه لریلرک بو

واسطه ایلر پرکارك ایکی پارچه سی یتیمکی دنگ و عماس تبدیل  
و شاع علیه پرکارك قوللریك تیاعد و تقارلی تعبیر و تصصیه  
ایدیلر. پرکارك قوللری چلکدن معمول نازك اوجلرله متبدره  
بویله اولان پرکاره قوری اوجلی پرکار نسمه ایدیلر که ابعاد  
خطی سی اویلمك و بر پردن دیگر بره نقل ایللمك ایچون  
قوللاییلر محیط دایره رسم ائتك ایچون استعمال ایدیلن  
پرکارك اوجلرندن برینه بر جدول قلمی طاقه لیلر. بو واسطه  
ایلر ویریلن بر نقطه اطرافندو نصف قطر معلومه کوره بر محیط  
دایره رسم ائتك مطلوب اولسه پرکاری ایکی اوجی یتیمکی  
مسافه نصف قطر مساوی اوله حق صورتده آچهرق و قوری  
اوجی دایره لک مرکزی اولان نقطه تطبیق ایدرک قورشون  
قلمی ویا جدول قلمی حامل اولان اوجی کاغذ اوزرته  
خفیفجه طوقدیریلر و بو سورتله پرکارك قوری اوجی کندی  
اوزرته دور ایشدیریلرک مطلوب اولان محیط ترسیم ایدیلر.  
کوچك نصف قطره دایره رسم ایللمك ایچون نك ایاقلی  
پرکار استعمال ایدیلر. (شکل ۹۲) بو پرکار دها زیاده موجب  
سهوت و سادگدر.

بونك مزیری ایکی جزکی قلمیه ب ساق یتیمکی سمه ك یاقی  
اوزرته اجرای تأثیر ایدن بر تضیق ویده سیله تنظیم ایدیلر.  
بك سیوك نصف قطره دایره رسم ائتك ایچون جدول  
پرکاری قوللاییلر. بو پرکار بر جدول تحته سندن عبارت اولوب

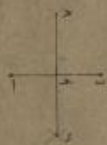
برای ثابت (شکلده سول طرفه دور) و دیگری متحرک یکی اوجی حامله که اشبه متحرک اوج ثابت اوجیدن اعتبار رسمی مطلوب اولان دایره مک نصف قطریه مساوی بر مسافیه کشیده بیاور. (شکل ۹۳)



(شکل ۹۳)

۱۰۵. عمود رسمی. - مسئله. - ا ب خط مستقیم مک متصف نقطه سده بر عمود اقامه ایچک مطلوبیدر. ا ب نقطه لری مرکز اولی اوزره بر کار کافی درجه ده آبیله رقی بر بری ب نقطه سده قطع ایچک اوزره عین نصف قطرله ایچک قوس دایره رسم اولور. ا ب نقطه لری ابعاد مساویه ده

واقع اولان ب نقطه ا ب خط مک متصف نقطه سندن اخراج اولان عمود اوزرنده بیاور (شکل ۹۴). ا ب خط مک او بر طرفه دخی عین انشآت اجزا اولور رقی استحصال ایچیلان ب نقطه سده ا ب نقطه لری ابعاد مساویه ده واقع اولور بندن مذکور نقطه ده کذلک عمود مطلوب اوزرنده بیاور. بو تقدیرده عمود مذکور ب خطی اولش اولور. چونکه ایچک نقطه بر خط مستقیم تعین ایلمک ایچون کافیدر. تیه. - اگر بر کارک آبیقلی (سمی) ا ب خط مک نصفدن زیاده ایسه بو حالده رسم اولان قوسلر تقاطع ایده. بیلیر، چونکه مذکور قوسلر مرکز لری یئنده کی ا ب بدی نصف قطر لری مک مجموعدن اصغر و تقاضا سندن اعظم اولور. ۱۰۶. مسئله. - ا ب خطی اوزرنده آتاکان هر هانکی بر نقطه سندن خط مذکور بر عمود اقامه ایلمک مطلوبیدر.



(شکل ۹۴)

ا ب خطی اوزرنده ب نقطه سدنک صانع و سول طرفه بر بریه مساوی ب و ب بدی لری اخذ ایلمک. بو تقدیرده

مسئله ب بدی مک متصف نقطه سده عمود اقامه ایچک صورتی کسب ایدر (ماده ۱۰۵) که عمود مذکور مک دیگر بر ب نقطه سنی ده تعین ایلمک کفایت ایلر. ۱۰۷. مسئله. - ا ب خط مستقیمک خارجده (شکل ۹۵)

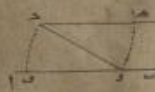


(شکل ۹۵)

خارجده آتاکان بر ب نقطه سندن خط مزبور اوزره بر عمود نزول ایلمک مطلوبیدر. ب نقطه سنی مرکز اولی اوزره کافی بر نصف قطر ایله ا ب خطی ب و ب نقطه لری مک قطع ایچک اوزره بر قوس دایره رسم ایلمیر. ب مرکز نقطه سندن ب و ب تری اوزرینه نازل اولان عمود و مزبور مک متصف نقطه سده اصابت ایدر. بناء علیه بو مسئله ده دخی ایش بر ب خطه متصف نقطه سندن عمود اقامه ایلمک عین عبارت قلوب عمود مزبور مک دیگر بر ب نقطه سنی تعین ایچک حل مسئله ب کفایت ایچش اولور.

۱۰۸. خطوط متوازی رسمی. - مسئله. - ا ب خط مستقیمک خارجده ماخوز بر ب نقطه سندن خط مستقیم مزبور موازی رسم ایلمک (ماده ۲۵) ده اثبات اولان ردعوا

بو مسئله دکانا حل ایلمشدر. بوجه آتی بیان اولور حق صورت انشائی ده مختصردر. (شکل ۹۶)



(شکل ۹۶)

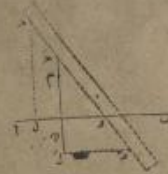
ب نقطه سنی مرکز اولی اوزره ب قوسی و ب نقطه سنی مرکز ایچا قیله ب عین نصف قطرله ب قوسی رسم ایلمک فورو اوجی بر کار واسطه سده ب و ب تری مک طوائی و نقطه سندن ب نقطه سنی نعل ایدر سک ب و ب قوسلری مساوی اولور بندن ب و ب و ب زاویه مرکز لری دخی مساوی اولور. بو زاویه ب و ب قاطعه نسبتیه داخلان متبادلسان اولور بندن ب و ب خط لری موازی اولش اولور.

۱۰۹. کتیبه مک استعمالی. - کتیبه مک قائم الزویه شکلده ایچ بر نقطه یارچمیدر. کتیبه مک زاویه قائمه ته صورتیه میزان ایلمک مک مطلوبیدر.

زاویه قائمه سنی نام و صحیح اولان کتیبه واسطه سده کال سرعتیه عمود رسم اولور. ا ب (شکل ۹۷) خط مستقیم ب نقطه سندن (خط خارجده مفروض) بر عمود نزول ایچک ایچون اولان کتیبه زاویه قائمه سنی محیط اولان شله لری بری



ا ب خطی اوزرینه منطبق اولوق اوزره (شکلده ۳ ل وشی) وضع اولتوره. بده کینه نك و تر قایسته بر جدول بطریق ایدیه نك جدول برنده ثابت قایق شرطیه کینه نك ایکیجی ضلع قائمی م نقطه سه کانهجه قدر (۳ ل وشی) اشاعه دوغری قاید بر یایره بو و شمه ضلع مذکور رسم ایدیه نك عموده مسطره لقی خدمتی ایضا ایدر.



(شکل ۹۷)

۱۱۰. زاویه قائمی دوغری اولادینی حالدیه بیه کینه خطوط متوازیه ترسیمه مساعدیره، یالکز کینه نك ایکی کناری تمامیه مستقیم اولوق کایدیر. مثلاً کینه واسطه سیله ۳ نقطه سندن (شکل ۹۸) ا ب خطیه بر موازی رسم ایتک اینجون اولاد کینه نك ضلع لرندن بری ا ب خطیه منطبق اولوق اوزره وضع ایدیه نك (۳ ل وشی) بده دیگر ضلع ۳ ی جدولی تطبیق اولتوره، جدول برنده ثابت بر اقیلهرق بونک اوزرنده کینه نك م ضلعی ۳ نقطه سندن کانهجه قدر (۳ ل وشی) قاید بر یایره بو و شمه ۳ خطی ا ب خطیه موازیدر.

فی الحقیقه بر برینه مساوی اولان م و ن زاویه لر ی زاویشان متوافقاندولر.

۱۱۱. کینه . — کینه عمومیت اوزره عمود رسم ایتک اینجون مجذوردن غیر سالم ولیکن خطوط متوازیه ترسی اینجون هر وقت مکمل بر آتدیر.



(شکل ۹۸)

اجسامک بالهندسه ابراز و ترسیمده (رسم ریاضی) اکثریا عین بر خط مستقیمه بر جوق عمودار رسم و تنزیل ایتک احتیاج حاصل اولور. بوبنده هم صحیح و عمده سهل الاجرا بر اصول واردرکه بوده اولاد جدول ویا رکاز واسطه سیله بر عمود رسم ایتک بده استحصال اولان استقامته (یعنی عموده) موازی اولهرق کینه واسطه سیله مطلوب اولدینی قدر خطار رسم ایتکدن عبارتدیر.

۱۱۲. تقدير زوايا. منقله - کانه اوزرنده زوايا منقله واسطه سیله تقدير و مساحه ایدیه نك، منقله شقاق بونیوزدن ویا باقردن معمول بر اصف دائرة اولوب مستدر کناری درجه

و آنک جری مساعد ایسه نصف درجات قسم ایدیلیر .  
(شکل ۹۹)



(شکل ۹۹)

آنستمد کوره مرکزی داس زاویه منطبق اولوق و قطری  
زاویه یک بر ضلعی اوزرینه کتک اوزره وضع اولورسه  
(شکل ۱۰۰) بو حلاله کنار مستدیری اوزرینه زاویه یک  
ایکینجی ضلع یکجیکری دقتر زاویه یک مقداری ارايه ایدر .



(شکل ۱۰۰)

اگر ضلع مذکور یکی قسم اشارتک آرمسندن بکر  
ایسه قرائت اولان درجاته شم اولحق کسم کوز ایله  
تخمین ایدیلور . بناء علیه منقله زاویه لری نصف درجه و یا خود  
ربع درجه قریب اولوق تقدیر ایدیلور .

۱۱۳ . - زوایا و مناتله متعلق انشاءت بسطه . -  
مسئله . - اب خط یک بر نقطه منته خط مذکور ایله و بریلان

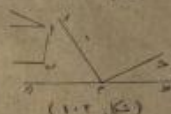
بر ط زاویه مساوی بر زاویه رسم و انشا آنک مطلوبدر .  
(شکل ۱۰۱) ط نقطه سی مرکز اولوق اوزره زاویه یک ضلع لری



(شکل ۱۰۱)

بستد ج قوسی رسم اولوروق ایله نقطه سی مرکز اولوق  
اوزره یه عین نصف قطره ج قوسی دخی رسم ایدیلور .  
برکار واسطه سیله ی ج و ترینک طوی ج نقطه سندن ج نقطه  
قل اولدقده ی ج و ج قوس لری مساوی اولدجندن  
بناء علیه بو قوس لره تقابل ایله ط و ا زاویه لری ده مساوی  
اولش اولور .

۱۱۴ . مسئله . - بر مناتک ا و ب کی ایکی زاویه سی  
معلوم و بر یکجی حلاله اوچجینی حساب ایلمک مطلوبدر .  
(شکل ۱۰۲) هر هانکی بر ط ج خط مستقیم اوزرینه ا



(شکل ۱۰۲)

زاویه ت مساوی م ط زاویه سی (ماده ۱۱۳) و سکره ج م

خطیه ب زاویه ت مساوی م ط زاویه سی انشا اولورسه  
مناتک اوچجی زاویه سی سله م ط زاویه سندن عبارت اولور .  
زیرا بو زاویه اولکی ایکی زاویه یک مجموعک منتهیدر . مسئله  
حل ممکن اولدیلیمک ایچون ا و ب زاویه لری مجموعی ایکی  
قائم من دون اولوق ضروریدر .

۱۱۵ . مسئله . - بر ا م ب زاویه ستنک خط منصفی  
رسم آنک مطلوبدر . (شکل ۱۰۳)



(شکل ۱۰۳)

رأس نقطه سی مرکز اولوق اوزره هر هانکی بر نصف  
قطر ایله زاویه یک ضلع لری آرمسند محصور ا ب قوسی رسم  
ایچله وینه ا و ب قطری مرکز اعتبار ایدیلورک ج نقطه سندن  
بر بری قطع آنک اوزره عین نصف قطر ایله ایکی قوس دعا  
رسم ایدیم ا و ب نقطه سندن ایضاً متساویده واقع اولان م  
و ج نقطه لری ا و ب ترینک متصف نقطه سندن نازل اولان  
عمودی تعیین ایدر . بناء علیه م ج خطی مذکور عمود اولورک  
ا ب قوسی وینه علیه ا م ب زاویه سی ایکی مساوی قسم  
قسم ایدر .

۱۱۶ . مسئله . - بر ضلعیه ایکی زاویه سی معلوم اولان  
مناقی انشا آنک مطلوبدر . (شکل ۱۰۴)

بو مسئله ده هر زمان ضلع مشترک مجاور اولان معلوم  
اولدنی فرض اولدیلور . زیرا بر مناتک ایکی زاویه سی معلوم  
اولدنی حلاله اوچجینی بوق یک قولایدر .



(شکل ۱۰۴)

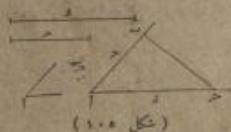
هر هانکی بر خط مستقیم غیر محدود اوزرینه ضلع معلومه  
مساوی ا ب طوی اخذ و تعیین ایدیلورک ج نقطه سندن ا زاویه  
معلومه مساوی ا ب زاویه سی و ب نقطه سندن ب زاویه  
معلومه مساوی ا ب زاویه سی انشا ایدرسه ک ا ب  
خط مستقیم لری ج نقطه سندن بر بری قطع ایدرک حایت  
اولان ا ب مناتی مطلوب اولان منات اولش اولور . حل  
مسئله ممکن اولدیلیمک ایچون و بریلان ایکی زاویه مجموعی ج  
قائم من دون بولوق انشا ایدر .

۱۱۷ . مسئله . - ایکی ضلعیه یلورده واقع زاویه سی  
معلوم اولان بر مناتی انشا ایلمک مطلوبدر (شکل ۱۰۵)

معلوم و بریلان ا زاویه ت مساوی بر زاویه انشا ایدیلورک  
یونک رأس نقطه سندن اختیاراً ضلع لری اوزرینه مناتک معلوم  
و بریلان ج و ج ضلع لریه مساوی ا ب و ج طولاری قطع



و تعیین و ب- نقطه‌ای بر خط مستقیم ا ب واصل اولدقده حادث اولان ا ب م متاقی مطلوب اولان مثلث اولور.



۱۱۸. اوج ضای معلوم اولان بر متاقی انشا ایلمک مطلوبدر.

بر خط مستقیم غیر محدود اوزرنده (شکل ۱۰۶) مثلث معلوم



(شکل ۱۰۶)

و بریلان ضلع لرندن ل ضلعه مساوی ب ک طولی اخذوب نقطه سی مرکز اونی اوزره ح ضلعه مساوی بر نصف قطر ا ب بر محیط دائرة رسم ایدیلر و بیده ک نقطه سی مرکز انخا ایدیلر ک ضلعه مساوی بر نصف قطر ا ب دیگر بر محیط دائرة دها رسم اولور. اشیو ایکی محیط ا و ا قطعه لرند بر بری قطع ایدو حادث اولان ا ب ک. ا ب ک مثلثی مسئله توافقی ایدن ایکی مثلث اولور.

لکن مذکور مثال بر برینه مساوی اولدقندن مسئله ایکی حل واردر دینللمن.

مسئله مزبوره ممکن اولدیلیمک ایچون محیط دائرة بر بری قطع ایدیلیمک شرطدر. و بونک ایچون محیط لک مرکز لری بیئدیکی مسافه بی ک ب نصف قطر لریک ب مجموعندن اصغر و تقاضلندن اعظم بولغنی لازم و کافیدر. و یاخود مثلاً ضلع لرندن بری دیگر ایکی مجموعندن اصغر و فضل لرندن اعظم بولغیدر.

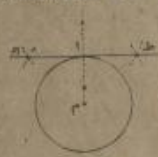
۱۱۹. محیط دائرة متاقی انشا ات بسطه. - مسئله. و بریلان اوج نقطه دن بر محیط دائرة یکیرمک یاخود بر مثلث خارجیه بر محیط دائرة رسم ایلمک مطلوبدر.

بو مسئله (ماده ۷۳) ده بیان ایدیلن انشا ات ا ب حل اولغیدر.

۱۲۰. مسئله. - بر قوس دائرة ایکی مساوی قسمه تقسیم ایلمک. بونک ایچون قوس مذکورک و تریک منصف نقطه سه بر عمود اقامه ایلمک کلمات ایدر (ماده ۸۲).

۱۲۱. مسئله. - بر محیط اوزرنده واقع بر ا قطعه سندن محیط مذکوره ناس رسم ایلمک. بدیندرکه بونک ایچون ناس نقطه سه متقی م ا نصف قطر لری رسم ایلمک و نقطه مذکوره نصف قطره بر عمود اقامه ایلمک کلمات ایدر. حین اجراءه نصف قطر مزبور بران تقید و اوجه بیان اولدیلنی اوزره نقطه مطلوبیه بر عمود اقامه ایدیلور (ماده ۹۰۶ شکل ۱۰۷)

۱۲۲. مسئله. خارج دائرة واقع بر ا قطعه سندن دائرة مزبوره ناس رسم ایلمک. مسئله سه حل اولغیش نظریه یاقارق ناس مطلوب ا ح خطی اولدیلنی فرض ایدلم. م ا و م د



(شکل ۱۰۷)

خط لری واصل اولدقده حادث اولان م ا زاویه سی قائمه در. ساء علیه قطر اعتباریه م ا اوزرنده رسم اولان محیط و نقطه سندن کیر. (شکل ۱۰۸)



(شکل ۱۰۸)

بوندن بوجه آتی اصول انشا استخراج اولور. نصف قطر اعتباریه م ا اوزرنده بر محیط دائرة رسم ایدلم. اشیو محیط م محیط دائرة سی و ه نقطه مزنده قطع ایدر. بو نقطه لر ا و ا ه ماسلریک نقطه تمامیدر. و بوا یکی خط

ناس بر برینه منساویدر. زیرا ا ا م و ا ه م مثلث قائم الزاویه لریک م ا وتر قائمه لری مشترک و زاویه قائمه ای محیط اولان بر ضلع لری مساوی (م ا ه نصف قطر اولدقندن) در. ایکی خط ناسک تشکیل ایدیلکی زاویه لریک و ایکی نصف قطرک تشکیل ایدیلکی م زاویه لریک خط منصف م ا در. بوندن بشقه شکل م ا خطه و بونک اعدادیه مسئله مشاطر در.

۱۲۳. مسئله. - و بریلان بر خطه موازی اولدقن بر دائرة معلومه ناس رسم ایلمک. (شکل ۱۰۹)



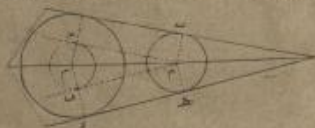
(شکل ۱۰۹)

مرکز دن خط معلوم اوزرنده بر عمود تزیل اولدقده اشیو عمود محیط دائرة ای او م کی ایکی نقطه قطع ایدر. بوجهله ا ب قطر لریک نهایت نقطه لری بر عمود اونی اوزره رسم ایدیلن خط لری و بریلان خطه موازی و دائرة مزبوره ناس ایکی خط اولش اولور.

۱۲۴. مسئله. - ایکی محیط دائرة مشترک اولدقن بر ناس رسم ایلمک.

ایک دائرہ جس ایدن بر خط جس مذکور دائرہ  
 بر طرفہ راقیبیلر، بولہ اولان خط جس مشترکہ  
 خارجی نقطہ، لکن خط جس دائرہ آرسندن کجہرک  
 بو حالہ دائرہ زن بری خطک بر طرفہ دہ دیگر ی  
 جہتدہدہ قایمیلر، بو حالہ جس مشترکہ داخلی دایرہ

(۱) جس خارجی — مشترکہ حل اولش انفریہ باقراق  
 خطی م و دائرہ لیتہ جس مشترکہ قرض ایدم  
 (۱۱) نقطہ جسارہ متبی اولان م و ب نصف



(شکل ۱۱۰)

سر لارک - عین بر خطه محمود اولقراندن بر بریت موازید.  
بنای علیہ کو چک دائرہ نک - مرکز ندن خطہ موازی -  
خطی دیم اولتورسہ یو - خطی م - خطہ محمود و بنا علیہ  
نصف قطری م - اولان دائرہ محاس اولور. حالیکہ م  
مولوی معلومید.

پہی: م آ — آ فضله یا خود م آ — ب (چونکہ ایک  
موازی پتہء محصور موازی اولہ قرنیدن ا = م ب د و)  
فضله مساویہ، غیر آخریہ م و پرلان ایک دائرہ نصف

قطارک یمنده کی قضا مسعودی. چون آئیده کی اصول  
انسا استخراج ایندیلیر :

بیوک دائرہ نمک م مرکزہ نصف قطری ایک دائرہ نصف  
قطر نمک م م نقطہ مساوی اولیٰ اوزرہ محیط مساوی رسم  
و کوچک دائرہ نمک م مرکزہن اشو محیط مساویہ خط تاسار  
وصل اولیٰ و (مادہ ۱۲۲) نقطہ تاسارہ متنی اولان م م  
م و نصف قطری نمک م اولیٰ و نصفی سادہ دائرہ کیرہ  
اوزرہ اوایلان خط تاسارک آ و نقطہ تاسارہ تعین  
ایدرہ دیگر طرفہن دائرہ سفیرہ نمک مرکزہن بیوک دائرہ نمک  
نصف قطرہ موازی اولہرق وصل ایملش اولان م م  
م نصف قطرہ کوچک محیط اوزرہن م م نقطہ تاسارہ  
تعین واعطا ایدرہ شدی تاس مشترکری رسم ایملک ایچون  
م م م خطاری وصل ایملک کفایت ایدرہ

۴. ماس داخلی. - اینی دائره مسابغ و سول طرفه ده  
الان ماس مترك اب خطی اولسون. (شكل ۱۱۱) نقطه  
تاسلمه متنی و بربرینه موازی م ا و ب ب نصف قطر لری  
و برینك عكسی جهته اولارق و سول ای دیار ا شعلدی م  
مرکزیدن ا ب ثابت موازی م خطی و سول ای دیار م یو  
حاصل م نقطه سنده قطع ایله یکی خط م ا حطك امتداد ایدن  
جاری تدر.

شق اولدہ اولدینی کی م م خط مستقیم م م خطہ

حمود و بنات علیہ نصف قطری م = اولان داروبه محاسبه  
لکن بوراده م = م + ا + د در یعنی ویرلان ایک  
داروبه نصف قطری مجموعته مساویدر و بدین زبده  
اصول اثباته استنتاج پذیرد



(شکل ۱۱۱)  
 دایره بردن برینک م مرکزده نصف قطری ایکی دایره  
 نصف قطری مجموعہ مساوی بر دایره معاونہ رسم و دایره  
 معاونہ خط ماسر وصل اولور .

قطعه تاسفیه موی اولان م م و م و نصف قطری  
م دائرته ماس اولان خطارك نقطه تاسفیه آمین اعطا  
ایدر ، نیوک دائرته نصف قطریه عکس جهته موازی  
اولان م م م م نصف قطریه موازی و م م و م و  
نصف قطریه مساوی نصف قطری کوچک محیط اوزرنده  
مطلوب اولان م و ه قطعه تاسفیه اعطا ایدر .

شمس‌آباد و ماس مشترک داخل‌البرقی رسم

ایمانک ایمون او ب. و ه غمناکری و صل ایامک کدایت  
أدر.

تنبیه - ایکی عجب ملک اوضاع ایسیہ لری حقلہ بیان اولادان  
خصوصاً نظر آ :

ایکی دائرہ خارجہ ایک : عاقل مشرقی (ایکسی خارجی  
ایکسی داخلی)

خارجاً تماس ایکی دائرہ تک اوج تماس منسبت کی (ایکی  
خارجی ری داخل)

ایکی دائرہ متقاطعه ایک محاس مشترکی (خارجی)  
داخل محاس ایک دائرہ ملک بالکے تمام مشترکی (خارجی)

اوله بیایر:

۱۲۵. — مسقط. — وتر اوله فرق و در میان و آب

خطی اوزرنده بر زاویه معلومہ فی قابل بر قطعہ دائرہ رسم  
المك مطلوب يدور

مسئله حل اولیٰش نظریه باقاراقی شکلده (شکل ۱۱۲) ط حرقیه اشعار اولئان زاویه قابل قطعده وارثه بی ا ط ب فرض ایلمه ا ب خط مستقیم و ز اولدیندن م مرکز قطعی بولک اوورینه متصف نقطه سندن اقامه ای دیان نمود ووزنده بر رده بولور.



دیگر جهتن ط زاویه سی اب قوسك تصفیه مساحه اولور  
الحقیقینه مذکور قوسك تصفیه مساحه ایملین دیگر بر زاویه  
دها وار درکه بوده ا ب خطیله بوئک نهایت نقطه لریك  
برندن وصل اولان بماسك تشکیل ایدهجکی زاویه در . شعی  
بوماسی ترسیم ایلمه ا اشیبو بماس نصف قطره محمود اولور  
وبنه م مرکز نقطه سی خط ماسه ا نقطه سندن اقامه اولان  
محمودك اوزرنده بر نقطه ده بولور



(شکل ۱۱۲)

بوخیلیدن آیدمکی اصول انشا استخراج ایملیر:

ا ب وترینک نهایت لریك برندن زاویه معلومه مساوی  
بر زاویه تشکیل ایچك اوزره ا م خط مستقیم وصل  
اولور . معلوب اولان دائرئك مرکزی بماس مذکور  
اوزرنده ا نقطه سندن اقامه اولان ا م محمودیه ا ب  
وترینک منتصف نقطه سینه اقامه اولان م م محمودینک  
فصل مشترک نقطه سی اولور . بناء علیه مرکزی م نقطه سی  
انصف قطری م م خطی اولان محیط رسم ایملیره ا ط  
نقطه سی معلوب اولان نقطه دائره دن عبارت اولور .

انشآت و ترسیات هندسیه متعلق اولان مسائلك حله  
تعقیب و مراجعت ایمله جك طریق

بوقایده بسیط ایملان مسائلك حتی صرسته محید  
دائر و علی الخصوص بماس مشترک و زاویه معلومه سی استیعابه قابل  
قطعه دائره متعلق اولان مسئله لرك حل سنده تعقیب ایملیکم  
طریق انشاده مسئله ی اولان حل ایملش فرض ایملدك ا بعد تشکیل کمال  
دقیقه تدقیق و معاینه ایملدك اوزرنده کرک بدایه موجود اولان  
و کرک صکره دن رسم ایمله سیان خط لریکچون مسئله ده تحقیق  
ایدهجك شرائطی و بوندن انشات ایملن نتایجی تحلیل ایملدك ا  
نهایت نتایجمن بولری تولد ایملن انشات ایملن ایملدك مسئله لرك  
صورت حاتی کشف ایملدك ا و ب انشات ایمله نتایجی بر عکس  
ایملدك ا قاعده مسئله موافق بر طرزده قاعده انشائی ایملدك ا  
واخذاً ایملشدی ا بوطریقه اصول تحلیل تسمیه ایملیر:

حقیقت: زوایا و مثلثه متعلق اولان مسائل الشائیه هر  
حاله کوره متخذ اولان قاعده انشائی یالکتر بیان ایمله اکتفا  
ایملدی . تبیر دریکرله اصول ترکیبی قولالاندی ا مسئله لرك  
ساده لکی بواسطه مساعد ایملی ا الحقیق بر مسئله اثبات ایملش  
بر دعوائك اولیه حل ایملش دیگر مسئله لرك نتیجه ناجیه سی  
اوله رق حل ایمله لریک حله طریق تحلیل و مراجعت  
ضروری حکمته در .

### عمریات

۸۱. بر ضلعیه قطر لریك زاویه سی معلوم اولدینی حله  
بر مستطیل انشا ایملك .
۸۲. قطر لریك بولرك زاویه سی معلوم اولدینی حله بر  
متوازی الاضلاعی انشا ایملك .
۸۳. بر دائرئك مستوی سی اوزرنده النان بر نقطه دن  
مذکور دائره اولیه بر قاطع رسم ایملدك محیط دائرئك بوندن  
قطعه و اقرا ایملدیک و تر معلوم و بریان بر طول مساوی اولسون .  
مسئله ك مناقشه سی .
۸۴. ایکی دائره بر قاطع مشترک رسم ایملدك بولك  
اوزرنده معلوم و بریان طولر مساوی ایکی وتر اقرا ایملش  
اولسون .
۸۵. و بریان ایکی نقطه دن کیمك اوزره بر نصف قطر  
معلوم ایله بر دائره رسم ایملك .
۸۶. و بریان بر نقطه دن کیمك و و بریان بر خطه بماس اولق  
اوزره بر نصف قطر معلوم ایله بر دائره رسم ایملك .
۸۷. و بریان ایکی خط مستقیم بماس اولق اوزره بر  
نصف قطر معلوم ایله بر دائره رسم ایملك . مناقشه .
۸۸. ایکی نقطه معلومه دن کیمك ا و مرکزی معلوم  
و بریان بر خط مستقیم و یا محیط اوزرنده بولقی اوزره بر دائره  
رسم ایملك .

۹۰. بر نقطه معلومه دن کیمك . بر خط معلوم بماس  
اولق مرکزی نقطه معلومه مذکور اوزرنده بولقی شرطیه  
بر دائره رسم ایملك .
۹۱. ایکی ضلعیه بولردن برینه مقابل زاویه سی معلوم  
اولان متائی انشا ایملك .
۹۲. بر ضلعیه ایکی ارتفاع مجاور معلوم اولان متائی  
انشا ایملك .
۹۳. بر ضلعیه خط واسطی و بواک مقابل اولان ارتفاعی  
معلوم اولان متائی انشا ایملك .
۹۴. دوت ضلعی معلوم اولان بر شبه منحرفی انشا  
ایملك .
۹۵. بر ضلعیه بواک مقابل اولان زاویه سی دیگر  
ایکی ضلعك مجموع و یا فضل معلوم اولان متائی انشا ایملك  
مناقشه .
۹۶. بر ضلعیه بواک مجاور اولان زاویه لردن بری و دیگر  
ایکی ضلعك مجموع و یا فضل معلوم اولان متائی انشا ایملك .
۱۰۰. و بریان دوت نقطه دن ایملدك متساویه اوله رق  
کیمك اوزره بر محیط رسم ایملك .

سوک

سوک

تصحیح

۲۹ نیمی صحیفه نك ۲۸ نیمی سطرى بروحه زیر تصحیح  
ایندلیدر :

بنام علیہ مذکور متالردن بریک اوچنی ضای بولتان  
ح ۳ خطی دیگرینک اوچنی ضای اولان ۴ ک خطه مساوی  
اولور :

Handwritten text in two columns, likely a continuation of the manuscript. The text is written in a cursive script, possibly Ottoman Turkish or Persian. The left page shows some signs of wear and discoloration, while the right page is relatively clean but still shows signs of age. The text is arranged in several lines, with some words appearing to be in a different script or dialect than the main text.



